



THÈSE

présentée pour obtenir le grade de
Docteur de l'Institut de Physique du Globe de Paris

MODÉLISATION DE LA RÉFLECTANCE SPECTRALE D'UN SOL NU EN FONCTION DE SA TENEUR EN EAU DANS LE DOMAINE RÉFLECTIF SOLAIRE (400 – 2500 nm)

par
Aurélien Bablet

présentée et soutenue publiquement le
1^{er} octobre 2018

devant un jury composé de :

Sabine	CHABRILLAT	Rapporteure
Jean-Louis	ROUJEAN	Rapporteur
Jérôme	GAILLARDET	Examinateur
Agnès	DUCHARNE	Examinatrice
Philippe	LAGACHERIE	Examinateur
Françoise	VIALLEFONT-ROBINET	Co-encadrante
Stéphane	JACQUEMOUD	Directeur de thèse

Remerciements

J'aimerais tout d'abord remercier Stéphane Jacquemoud (IPGP) et Françoise Viallefont-Robinet (ONERA) pour leur confiance, pour leur encadrement et pour les nombreuses discussions tout au long de la thèse. Je remercie tout particulièrement Sophie Fabre (ONERA) et Xavier Briottet (ONERA) pour leur implication étroite dans mon travail de thèse et pour leur aide à toutes les étapes.

Je remercie également les deux membres de mon comité de thèse, Cécile Gomez (LISAH) et Sylvain Douté (IPAG) pour leurs avis objectifs sur les avancées de mon travail. Ces échanges francs nous ont permis d'effectuer les bons choix quant à l'orientation de ma recherche.

Je tiens enfin à remercier Véronique Carrère (LPGN), Rodolphe Marion (CEA), Cécile Gomez (LISAH), Emmanuelle Vaudour (INRA) et Jean-Marc Gilliot (INRA) qui m'ont fourni des échantillons de sols. Ces échantillons ont étoffé la base de données de spectres de réflectance de sols en fonction de leur teneur en eau et ont permis de valider le modèle MARMIT. Les résultats ont été publiés dans la revue *Remote Sensing of Environment*. J'en profite pour remercier les co-auteurs de ce papier, en particulier Vu Phan Viet Hoa, étudiante en 3e année de licence SPACE à l'Université des Sciences et des Technologies de Hanoi (USTH), qui a accompli un travail très consciencieux, et Morteza Sadeghi, chercheur post-doctoral de l'Université d'Utah, pour sa relecture extrêmement pointilleuse de l'article.

Je voudrais maintenant adresser des remerciements appuyés à l'ensemble de mon jury de thèse pour l'attention toute particulière apportée à mon travail, à mon manuscrit, ainsi qu'à ma présentation orale.

D'autre part, je remercie mes collègues et amis de l'équipe de Planétologie et sciences spatiales de l'IPGP, ainsi que les membres du département Optique et techniques associées (DOTA) de l'ONERA de Toulouse où j'ai toujours été accueilli chaleureusement. J'aimerais remercier tout particulièrement mes camarades doctorants de la même promotion : Mélanie Thiriet et Balthasar Kenda (IPGP) ainsi que Josselin Aval et Etienne Ducasse (ONERA). Je remercie aussi Philippe Déliot (ONERA) qui a mis en place les caméras hyperspectrales utilisées pour l'expérience de l'aquarium et qui m'a appris à m'en servir.

D'un point de vue personnel je suis reconnaissant à ma famille qui a fait de moi ce que je suis, et donc a contribué indirectement à ce travail. Je remercie tout particulièrement mes parents, Anick et Marc, de m'avoir soutenu durant mes études, surtout ma mère qui n'a jamais cessé d'être derrière moi !

Enfin, je remercie mon amie Laura et à nouveau mes parents pour l'organisation de l'ensemble de la journée du 1er octobre 2018, ainsi que ma tante Françoise, mon oncle Pierre, sa nièce Audrey, mon frère Matthieu, son amie Marianne, et la maman de Laura, Asunción. Sans eux, je n'aurais pas pu me concentrer exclusivement sur ma présentation !

Résumé

La teneur en eau de surface des sols (SMC pour *soil moisture content*) influe sur leur réflectance spectrale sur tout le domaine réflectif solaire (400 – 2500 nm). De nombreuses méthodes ont été développées pour retrouver cette humidité à partir de mesures de réflectance mais très peu reposent sur des bases physiques et permettent une modélisation complète du spectre. Ce travail présente un nouveau modèle de transfert radiatif nommé MARMIT (*multilayer radiative transfer model of soil reflectance*) qui permet, connaissant la réflectance d'un sol sec, de simuler sa réflectance à différents niveaux d'humidité. Il représente un sol humide comme un sol sec recouvert d'une fine pellicule d'eau caractérisée par deux paramètres d'entrée : son épaisseur L et son taux de recouvrement du sol ε . En le testant sur une base de données regroupant 217 sols issus de 7 différents jeux de données publiés dans la littérature, nous avons montré que l'ajustement du modèle sur les données était précis, avec une erreur quadratique moyenne (RMSE pour *root-mean-square error*) de 1,5 %. Le modèle a été complété en incluant des particules de sols dans la lame d'eau et a permis d'accroître ses performances de restitution de la signature spectrale sur le domaine réflectif (RMSE \approx 1 %). En calibrant une relation entre la hauteur d'eau moyenne de la couche d'eau au-dessus du sol ($\varphi = L \times \varepsilon$) et le SMC, ce dernier peut être estimé avec précision si la calibration est adaptée à chaque sol (RMSE = 3 %). Le RMSE est de l'ordre de 5 % si les sols sont regroupés en classes, suivant leur texture par exemple. En la comparant à d'autres méthodes issues de la littérature (indices spectraux, modèles semi-empiriques...), la méthode MARMITforSMC que nous avons développée fournit le SMC avec le RMSE le plus faible. Ces travaux ont été complétés par une analyse précise de l'évolution de la teneur en eau avec la profondeur, après infiltration d'eau (\approx 30 mm) par le haut, qui nous a permis de montrer que la valeur de SMC estimée à la surface d'un sable avec MARMITforSMC était nettement sous-estimée par rapport à celle estimée à 2 cm de profondeur. Pour les sols argileux, nous avons montré que l'infiltration était régulière et que le SMC estimé en surface était identique à celui estimé en profondeur (jusqu'à 8 cm de profondeur).

Abstract

Surface soil moisture content (SMC) is known to impact soil reflectance at all wavelengths of the solar spectrum (400 – 2500 nm). Many methods aim at inferring SMC from soil reflectance measurements, but very few rely on physically-based models and allow a complete modeling of the spectral reflectance of a wet soil. This work presents a new radiative transfer model called MARMIT (multilayer radiative transfer model of soil reflectance) which allows, assuming that the reflectance of the dry soil is known, to model a complete reflectance spectrum of a wet soil. This model depicts a wet soil as a dry soil covered with a thin film of water which has two input parameters: its thickness L and the fraction of soil covered by water ε . This model has been tested over 217 samples from 7 datasets published in the literature. The spectral root-mean-square error (RMSE) is about 1.5%. A more complete version of the model including soil particles in the water film was also developed and allowed for an even better fit (RMSE \approx 1 %). A method called MARMITforSMC based on MARMIT has been developed to estimate SMC from soil reflectance spectra. A learning phase is required to link the thickness of the water film with SMC. The latter can be inferred with good accuracy (RMSE \approx 3%) if the learning step is applied soil by soil. If the soils are grouped into classes and if the learning phase is applied to a class, the RMSE slightly increases up to 5%. MARMITforSMC provides lower RMSE than any other existing semi-empirical or physically-based method. A precise analysis of the evolution of water content with depth, after significant water infiltration (\approx 30 mm) from above, allowed us to show that SMC estimated at the surface of a sand with MARMITforSMC was clearly underestimated compared to SMC estimated below 2 cm depth. For clay soils we showed that infiltration was regular and that SMC estimated at the surface was equal to that estimated at depth (up to 8 cm deep).

Table des matières

REMERCIEMENTS	III
RESUME	V
ABSTRACT	VII
TABLE DES MATIERES	IX
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I CONTEXTE	5
I.1 LES SOLS ET L'EAU DANS LES SOLS.....	6
I.1.1 Les sols : un milieu complexe.....	7
I.1.2 L'eau dans les sols.....	9
I.1.3 Mouvements d'eau dans les sols.....	12
I.2 DETERMINATION DE LA TENEUR EN EAU.....	16
I.2.1 Méthodes in situ.....	16
I.2.2 Méthodes par télédétection.....	17
I.2.2.1 Méthodes basées sur la télédétection active.....	18
I.2.2.2 Méthodes basées sur la télédétection passive.....	18
SYNTHESE DU CHAPITRE I.....	19
CHAPITRE II IMPACT DU SMC DANS LE DOMAINE REFLECTIF	21
II.1 INFLUENCE DU CONTENU EN EAU DES SOLS SUR LEUR REFLECTANCE.....	22
II.1.1 Propriétés optiques intrinsèques de l'eau liquide.....	22
II.1.2 Influence du SMC sur les propriétés optiques de sol.....	23
II.2 METHODES D'EXTRACTION DE LA TENEUR EN EAU D'UN SOL.....	25
II.2.1 Méthodes empiriques d'extraction du SMC.....	25
II.2.1.1 Analyse spectrale.....	25
II.2.1.2 Les indices spectraux.....	28
II.2.1.3 Les fonctions mathématiques empiriques.....	31
II.2.1.4 Méthodes basées sur l'espace triangulaire NIR-Red.....	32
II.2.2 Méthodes physiques d'extraction du SMC.....	34
II.2.2.1 Le modèle de Bach.....	34
II.2.2.2 Le modèle de Sadeghi.....	37
II.2.2.3 Modèle de lancer de rayons.....	41
II.2.2.4 Autres modèles.....	42
SYNTHESE DU CHAPITRE II.....	44
CHAPITRE III MARMIT – MULTILAYER RADIATIVE TRANSFER MODEL OF SOIL REFLECTANCE	45
III.1 DESCRIPTION DU MODELE.....	46
III.2 DESCRIPTION DES JEUX DE DONNEES.....	47
III.3 INVERSION DU MODELE MARMIT.....	53
III.3.1 Conditions de laboratoire.....	53
III.3.2 Conditions extérieures.....	55
III.3.3 Réflectance du sol sec inconnue.....	57
III.4 MARMIT ET LA DROITE DES SOLS.....	60
III.5 MARMITFORSMC : ESTIMATION DU SMC A PARTIR DE MARMIT.....	61
III.5.1 Calibration sol par sol.....	62
III.5.2 Calibration classe par classe.....	68
III.5.2.1 Critères texturaux/chimiques.....	68
III.5.2.2 Critères spectraux.....	69
III.6 COMPARAISON DE MARMITFORSMC AVEC D'AUTRES METHODES.....	75
	ix

III.6.1 Méthodes semi-empiriques	75
III.6.2 Modèles physiques.....	77
SYNTHESE DU CHAPITRE III.....	78
CHAPITRE IV HUMIDITE SURFACIQUE VS HUMIDITE VOLUMIQUE.....	81
IV.1 ESTIMATION ET MODELISATION DES PROFILS D'HUMIDITE.....	82
IV.2 EXPERIENCE DE L'AQUARIUM	85
IV.2.1 Échantillons de sols et banc de mesures	85
IV.2.2 Protocole de mesure.....	87
IV.3 TRAITEMENT DES DONNEES	88
IV.4 RESULTATS.....	91
IV.4.1 Analyse de la réflectance.....	91
IV.4.2 Analyse de la teneur en eau et estimation des profils d'humidité	96
SYNTHESE DU CHAPITRE IV	102
CHAPITRE V GENERALISATION DE MARMITFORSMC	103
V.1 ZONE DE REFERENCE DE SOL SEC DIFFERENTE DE LA ZONE DONT ON VEUT ESTIMER L'HUMIDITE ...	104
V.1.1 Comparaison des inversions avec MARMIT.....	106
V.1.2 Analyse de l'estimation de la teneur en eau.....	109
V.2 EFFET DE LA VARIATION DE LA GEOMETRIE DE MESURE SUR LES ESTIMATIONS DU SMC APORTEES PAR MARMIT	110
V.2.1 Banc de mesures	111
V.2.2 Analyse de l'évolution de la réflectance selon l'angle.....	114
V.2.3 Analyse de l'estimation du SMC selon l'angle.....	116
SYNTHESE DU CHAPITRE V.....	119
CHAPITRE VI MARMIT 2.1 ET 2.2 : AMELIORATIONS DE MARMIT.....	121
VI.1 GEOMETRIE DE LA LAME D'EAU.....	122
VI.1.1 Coefficients de Fresnel en lumière diffuse	122
VI.1.2 Loi de Beer-Lambert en lumière diffuse	124
VI.1.3 Résultats	125
VI.2 INDICE DE REFRACTION DE LA LAME D'EAU	126
VI.2.1 Indice de réfraction.....	126
VI.2.1.1 Généralités.....	126
VI.2.1.2 Indices de réfraction des minéraux.....	128
VI.2.2 Théories du milieu effectif	128
VI.2.2.1 Modèle Landau, Lifshitz, Looyenga (LLL)	128
VI.2.2.2 Théorie de Maxwell Garnett	129
VI.2.2.3 Théorie de Bruggeman	130
VI.2.3 Adaptation de MARMIT : MARMIT 2.2.....	130
VI.2.4 Résultats	131
SYNTHESE DU CHAPITRE VI.....	136
CONCLUSION GENERALE.....	137
PERSPECTIVES.....	139
BIBLIOGRAPHIE	141
ANNEXES DU CHAPITRE I.....	153
ANNEXES DU CHAPITRE II.....	154
ANNEXES DU CHAPITRE III.....	171
ANNEXES DU CHAPITRE VI.....	177

Introduction

La teneur en eau des premiers horizons de sol (SMC, pour *Soil Moisture Content*) est une donnée essentielle dans de nombreux domaines d'application ([Gardner et al., 2000](#) ; [Robinson et al., 2008](#) ; [Vereecken et al., 2008](#) ; [Wang & Qu, 2009](#) ; [Ochsner et al., 2013](#)) :

- En agriculture, c'est un indicateur de la sensibilité des sols à l'érosion éolienne. C'est aussi un paramètre d'entrée des modèles de bilan hydrique pour l'évaluation du risque de sécheresse agricole et des besoins d'irrigation ([Glenn et al., 2009](#) ; [Yang et al., 2012](#)). Si l'irrigation massive des cultures depuis les années 1960 a permis d'augmenter les rendements, on s'oriente aujourd'hui vers des pratiques agricoles plus pérennes en raison de la raréfaction des ressources en eau.
- En hydrologie des surfaces continentales et en météorologie, connaître l'état hydrique des sols à différentes échelles contribue à la prévision des inondations ([Haubrock et al., 2008a](#)) et sert à quantifier le rayonnement incident absorbé, donc indirectement la température et l'évapotranspiration des sols ([Khanna et al., 2007](#) ; [Patel et al., 2009](#)). Ces deux variables jouent un rôle clé dans la prévision du temps. La teneur en eau influe aussi sur les échanges de dioxyde de carbone entre le sol et l'atmosphère ([Seneviratne et al., 2010](#)).
- En défense ou en sécurité civile, la traficabilité des sols nus dépend directement de leur humidité. Il s'agit donc d'une information importante lors d'une opération militaire ou humanitaire. Une piste argileuse humide ou une piste sableuse sèche sont par exemple difficilement praticables pour un véhicule. Pour la construction des pyramides, les Égyptiens mouillaient le sable afin de transporter plus facilement les pierres posées sur des rondins de bois ([Fall et al., 2014](#)).
- En planétologie, la présence d'eau liquide à la surface de Mars ou d'autres corps célestes est une question d'actualité. En effet, la réflectance de certaines surfaces de la planète rouge présente de fortes caractéristiques d'absorption attribuées à l'eau d'hydratation présente dans le régolithe ou dans les minéraux qui le composent (e.g., [Milliken & Mustard, 2005, 2007a,b](#) ; [Pommerol et al., 2009, 2013](#)).
- Enfin la signature spectrale de l'eau dégrade la quantification de certains paramètres d'intérêt comme la teneur en carbone organique des sols, leur texture ou leur minéralogie (e.g., [Ben-Dor et al., 2002](#) ; [Bogrekci & Lee, 2006](#) ; [Minasny et al., 2011](#) ; [Rienzi et al., 2014](#) ; [Rodionov et al., 2014](#) ; [Marion & Carrère, 2018](#)).

Il n'existe pas de définition standard de SMC ni de méthode conventionnelle pour le déterminer : il peut s'exprimer en pourcentage massique ou en pourcentage volumique ([Stafford, 1988](#) ; [Petropoulos et al., 2013](#)). Il peut être mesuré aussi bien en laboratoire par des méthodes gravimétriques ou thermogravimétriques que sur le terrain grâce à une sonde à neutrons ou une sonde TDR (*Time Domain Reflectometry*). La mesure *in situ* de l'humidité de surface des sols se fait généralement à l'échelle de la parcelle et est ponctuelle, mais le SMC varie vite dans l'espace et dans temps à cause du caractère variable des propriétés physiques du sol et des précipitations. De plus, les instruments utilisés peuvent être difficiles à déployer et sont parfois coûteux.

La télédétection présente plusieurs avantages dont la possibilité d'acquérir des données à différentes échelles spatiales (locale, régionale, globale), à différentes résolutions spatiales (de quelques dm à plusieurs km), à moindre coût (images gratuites pour les satellites Sentinel du programme Copernicus) et de manière récurrente. De plus, c'est une méthode non destructive ne perturbant pas le milieu. Les différentes techniques permettant de déterminer la teneur en eau d'un sol présentent des avantages et des inconvénients (Ahmad et al., 2010). Les plus courantes reposent sur la mesure du coefficient de rétrodiffusion radar et de la température de brillance dans le domaine des micro-ondes (1 – 1000 mm). Les ondes radar peuvent pénétrer dans le sol de plusieurs centimètres selon la fréquence et l'humidité du sol. Toutefois la résolution spatiale reste relativement grossière même pour les systèmes aériens (Hasan et al., 2014) et la profondeur de pénétration diminue drastiquement quand le contenu en eau augmente (Njoku & Rague, 1996). Les techniques de détermination requièrent souvent des informations complémentaires comme la constante diélectrique ou la rugosité de surface du sol. Quelques méthodes utilisent l'infrarouge moyen (MWIR pour *mid-wave infrared*, 3-8 μm) et lointain (LWIR pour *long-wave infrared*, 8-15 μm) mais la physique de l'interaction de la lumière avec les sols reste complexe à ces longueurs d'onde car il faut tenir compte de leur émissivité. Enfin, dans le domaine réfléchissant (VIS-NIR-SWIR, 0,35-2,5 μm), les ondes électromagnétiques pénètrent très peu dans le sol, au maximum quelques millimètres (Tester & Morris, 1987 ; Liang, 1997 ; Ciani et al., 2005). Cette limite est contrebalancée par la capacité à réaliser des observations à haute résolution spatiale sur de vastes zones (Nolet et al., 2014).

Dans le domaine réfléchissant, l'effet le plus important d'une augmentation de l'humidité des sols sur leurs propriétés optiques est une diminution globale de leur réflectance spectrale. Idso et al. (1975) ont empiriquement montré que l'albédo du sol diminuait linéairement avec le SMC, mais des études ultérieures ont remis en question ce résultat (Bedidi et al., 1992 ; Muller & Décamps, 2001). En effet, comme c'est souvent le cas en optique, des phénomènes non linéaires induisent des caractéristiques d'absorption plus prononcées dans certaines régions du spectre que dans d'autres. Pour des niveaux élevés de SMC, la réflectance peut même augmenter par réflexion spéculaire (Neema et al., 1987). Effectivement, lorsque le sol est saturé d'eau, une fine couche d'eau tend à se former à sa surface et une partie du rayonnement est renvoyée directement vers le détecteur, selon la configuration de mesure. Ce point critique, qui correspond à la capacité au champ, dépend du type de sol (Liu et al., 2002). Plus généralement la réflectance du sol est contrôlée par plusieurs autres facteurs tels que la texture (taille des grains), la composition minéralogique, la teneur en matière organique, la rugosité de surface, etc. (Clark & Roush, 1984 ; Baumgardner et al., 1985 ; Okin & Painter, 2004 ; Stenberg et al., 2010 ; Ben-Dor, 2011). Ces facteurs influent aussi sur l'évolution de la réflectance d'un sol en fonction de sa teneur en eau (Bedidi et al., 1992 ; Knadel et al., 2014). C'est pourquoi il peut être très difficile de discriminer l'effet de l'eau sur la réflectance d'un sol.

L'objectif de cette thèse est la modélisation de la réflectance spectrale d'un sol dans le domaine réfléchissant (400 – 2400 nm) en fonction de son contenu en eau à l'aide d'un modèle de transfert radiatif, ainsi que l'estimation de cette teneur en eau à l'aide d'une méthode basée sur le modèle. Dans le **chapitre I** nous

définirons le contexte de ce travail de recherche : qu'est-ce qu'un sol ? Quel est le comportement de l'eau dans les sols ? Comment le SMC peut-il être déterminé *in situ* ou par télédétection ? Dans le **chapitre II** nous décrirons les propriétés optiques de l'eau et leur effet sur la réflectance des sols dans le domaine réflectif, puis nous présenterons les méthodes et les modèles permettant d'estimer le SMC. Après avoir montré leurs limites, nous introduirons dans le **chapitre III** le modèle MARMIT (*multilayer radiative transfer model for soil reflectance*) développé dans le cadre de cette thèse et qui permet de modéliser la réflectance d'un sol en fonction de son humidité de surface. Nous présenterons une méthode de restitution de la teneur en eau basée sur ce modèle appelée MARMITforSMC et dont les résultats apportés seront comparés aux résultats issus de méthodes et de modèles existants. Dans le **chapitre IV** nous montrerons qu'il est possible de relier la teneur en eau surfacique d'un sol à sa teneur en profondeur puis, dans le **chapitre V**, nous testerons MARMITforSMC dans des conditions particulières. Enfin, le **chapitre VI** présente les dernières améliorations de MARMIT en prenant en compte de nouveaux paramètres physiques.

Chapitre I

Contexte

Les deux tiers de la surface terrestre (~71 %) sont recouverts par des océans et des mers. Les continents qui occupent l'autre tiers (~29 %) sont en grande partie recouverts par des sols de nature très variée. La pédologie (du grec « πέδον » (pédon, sol) et « λόγος » (logos, étude)) est le domaine scientifique qui étudie la pédogénèse, c'est-à-dire la formation et l'évolution des sols. Nous commencerons par décrire les sols naturels et leur classification. Puis nous verrons les relations eau-sol. Enfin nous listerons les méthodes permettant d'estimer SMC, *in situ* ou par télédétection.

I.1 Les sols et l'eau dans les sols

Le dictionnaire des termes de science du sol de la SSSA (*Soil Science Society of America*, <https://www.soils.org/publications/soils-glossary/>) définit un sol comme une couche de matière minérale ou organique à la surface de la Terre, non consolidée, soumise à des facteurs environnementaux comme le climat (vent, humidité,...), les êtres vivants (macro et micro-organismes) ou le relief. Un sol diffère du substrat rocheux sur lequel il repose par ses propriétés physiques, chimiques, biologiques et morphologiques. Il est généralement constitué d'un ensemble de couches stratifiées, appelées horizons. Il peut contenir jusqu'à cinq horizons différents (O, A, B, C et R) illustrés dans la **Fig. 1.1**. L'horizon O, le plus en surface, est constitué d'une couche de matière organique composée de matière végétale ou animale (herbes, branches, vers de terre,...) à différents niveaux de décomposition. Cette matière organique constitue l'humus. L'horizon A, appelé terre arable et souvent mélangé avec la couche O, contient à la fois de la matière organique et de la matière minérale. L'horizon B, ou sous-sol, est enrichi en argile, en fer, en matière organique, en carbonate de calcium, etc. L'horizon C est un horizon d'altération de la roche-mère qui a conservé nombre de ses caractères originels (litage, schistosité, minéraux). Enfin, on trouve à la base de toutes ces couches la roche mère ou horizon R. Il existe d'autres horizons plus rares comme l'horizon lessivé E, drainé par l'eau qui s'infiltré et qui a perdu son contenu en minéraux ou en matière organique, laissant une couche essentiellement composée de silicates, ou encore l'horizon L principalement constitué de matière organique ou minérale déposée par des organismes aquatiques dans d'anciens points d'eau stagnants. Les sols ne présentent généralement pas les cinq horizons. Par exemple les horizons O et A sont absents des sols désertiques de certaines côtes ou déserts, ce qui en fait d'ailleurs des cas d'études plus simples.

Un sol peut aussi être vu comme une matrice de grains solides (minéraux ou organiques) interconnectés par des pores contenant de l'air et/ou de l'eau. Après avoir décrit les principaux constituants des sols et comment il est possible de les classer, nous verrons comment l'eau interagit avec eux de manière plus ou moins intriquée.

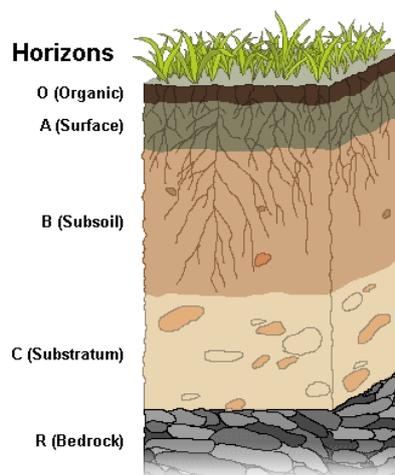


Fig. 1.1. Les différents horizons d'un profil de sol (https://en.wikipedia.org/wiki/Soil_horizon).

I.1.1 Les sols : un milieu complexe

Un sol est un mélange de grains, d'eau et d'air. La texture d'un sol est une méthode de classification basée sur la répartition granulométrique de ses constituants. On distingue :

- les argiles : grains dont le diamètre est compris entre 1×10^{-3} et 2×10^{-3} mm ;
- les limons : grains dont le diamètre est compris entre 2×10^{-3} et 5×10^{-2} mm ;
- les sables : grains dont le diamètre est compris entre 5×10^{-2} et 2 mm.

La texture d'un sol est déterminée par la proportion en sable, en limon et en argile après que les particules de taille supérieure à 2 mm ont été retirées. Si l'échantillon étudié contient plus de 15% de particules de diamètre supérieur à 2 mm, alors on ajoute le suffixe graveleux (ex : limon graveleux). Les sols sont alors classés en fonction de la taille de leurs grains dans des triangles des textures. Il en existe plusieurs dont celui utilisé par le département de l'agriculture des États-Unis (*United States Department of Agriculture, USDA, Fig. 1.2*) proposé en premier par [Tavernier & Maréchal \(1958\)](#) et qui est le plus utilisé aujourd'hui. On peut aussi citer le triangle des textures GEPPA (Groupe d'Étude pour les Problèmes de Pédologie Appliquée), élaboré par une assemblée de pédologues en 1963 et très utilisé en France. Il est important de distinguer le quartz, matériau principal des plages et que nous appelons « sable », du sable en matière de texture. Il peut exister des plages de « sable » (quartz) qui sont en fait des argiles d'un point de vue textural ! Par chance les sables sont le plus souvent composés de grains de quartz ([Stoner & Baumgardner, 1981](#)). De même il ne faut pas confondre les minéraux argileux de la famille des phyllosilicates (kaolinite, montmorillonite, ...) et les argiles en termes de texture qui sont des sols constitués de petits grains. Si aucune précision n'est donnée, nous parlerons désormais de sable ou d'argile en termes de granulométrie (taille des grains).

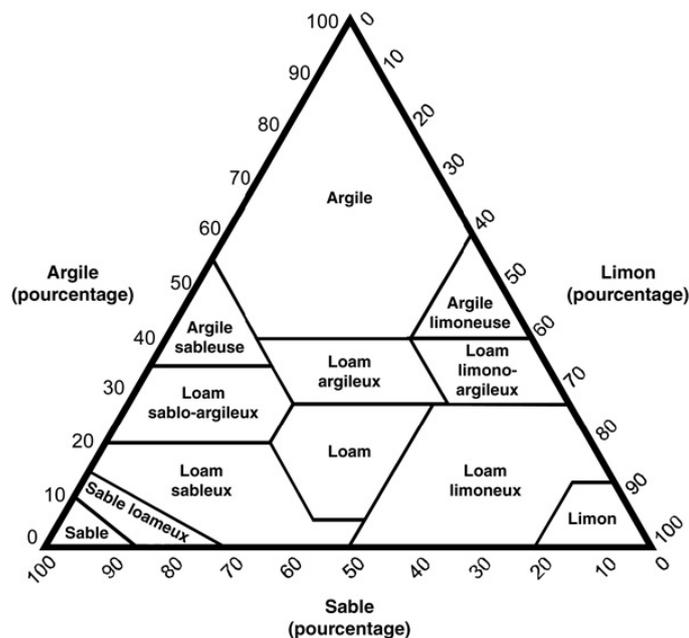


Fig. 1.2. Triangle des textures utilisé par le département de l'agriculture des États-Unis (USDA) permettant de classer un sol en fonction de sa proportion en argile, en limon et en sable (d'après [Tavernier & Maréchal, 1958](#)).

La minéralogie des sols est complexe car diverse (**Tableau 1.1**). Les minéraux se classent en fonction de leur composition chimique selon la classification de Strunz qui est utilisée par l'association internationale de minéralogie (*International Mineralogy Association*, IMA). Ils se forment par cristallisation d'un liquide ou de vapeur, par précipitation chimique ou encore par métamorphisme de minéraux existants. Les minéraux argileux sont les plus abondants dans les roches sédimentaires, donc les principaux constituants des sols.

Minéral	Formule chimique	Caractéristiques
Quartz	SiO ₂	Abondant dans les sables et les limons
Feldspath	(Na, K)AlO ₂ [SiO ₂] ₃ CaAl ₂ O ₄ [SiO ₂] ₂	Abondant dans les sols non lessivés
Mica	K ₂ Al ₂ O ₅ [Si ₂ O ₅] ₃ Al ₄ (OH) ₄ K ₂ Al ₂ O ₅ [Si ₂ O ₅] ₃ (Mg, Fe) ₆ (OH) ₄	Source de Potassium (K) dans la plupart des zones tempérées
Amphibole	(Ca, Na, K) _{2,3} (Mg, Fe, Al) ₅ (OH) ₂ [(Si, Al) ₄ O ₁₁] ₂	Facilement altéré par les minéraux argileux et les oxydes
Pyroxène	(Ca, Mg, Fe, Ti, Al) ₂ (Si, Al) ₂ O ₆	Facilement altéré
Olivine	(Mg, Fe) ₂ SiO ₄	Facilement altéré
Epidote	Ca ₂ (Al, Fe)Al ₂ (OH)Si ₃ O ₁₂	
Tourmaline	NaMg ₃ Al ₆ B ₃ Si ₆ O ₂₇ (OH, F) ₄	Haute résistance aux altérations chimiques
Zircon	ZrSiO ₄	
Rutile	TiO ₂	
Kaolinite	Si ₄ Al ₄ O ₁₀ (OH) ₈	
Smectite	M _x (Si, Al) ₈ (Al, Fe, Mg) ₄ O ₂₀ (OH) ₄	Abondant dans les sols argileux produits d'une altération
Illite	M = Cation interfoliaire	
Vermiculite	0,4 ≤ x ≤ 2,0	
Chlorite		
Allophane	Si _y Al ₄ O _{6+2y} · nH ₂ O 1,6 ≤ y ≤ 4,0 et n ≥ 5,0	Abondant dans les sols dérivés de dépôts de cendres volcaniques
Imogolite	Si ₂ Al ₄ O ₁₀ · 5H ₂ O	
Gibbsite	Al(OH) ₃	Abondant dans les sols lessivés
Goethite	FeOOH	Abondant dans les sols tempérés
Hématite	Fe ₂ O ₃	Abondant dans les milieux aérobies
Ferrihydrite	Fe ₁₀ O ₁₅ · 9H ₂ O	Abondant dans les sols humides de manière saisonnière
Calcite	CaCO ₃	Carbonate le plus abondant dans les sols
Gypse	CaSO ₄ · 2H ₂ O	Sulfate le plus abondant dans les sols

Tableau 1.1. Minéraux des sols les plus abondants (d'après [Sposito, 2008](#)).

Les paramètres physiques clés d'un sol sont ses masses volumiques sèche et humide et sa porosité. La masse volumique apparente sèche [en kg m⁻³] d'un sol est calculée par

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_t} \quad (1.1)$$

avec m_s la masse du sol sec [en kg] et $V_t = V_a + V_e + V_g$ le volume total de l'échantillon [en m³], avec V_a , V_e et V_g respectivement les volumes occupés par l'air, l'eau et les grains [en m³]. La masse volumique apparente humide est quant à elle définie par

$$\rho_h = \frac{m_t}{V_t} = \frac{m_t}{V_a + V_e + V_g} \quad (1.2)$$

où m_t est la masse totale de l'échantillon [en kg]. La masse volumique apparente humide varie typiquement entre 1000 et 2000 kg m⁻³. Enfin, la porosité d'un sol [en %] est la fraction d'espaces vides ou remplis d'eau dans un volume de sol donné :

$$\Phi = \frac{V_a + V_e}{V_t} \quad (1.3)$$

Elle est en moyenne égale à 50% et elle décroît avec la profondeur à cause de la compaction du sol. On distingue deux types de porosités : la porosité macroscopique qui tient compte des espaces entre les grains et la porosité microscopique qui tient compte des pores présents dans les grains eux-mêmes. La porosité dont nous parlerons par la suite est la somme des deux. Le **Tableau 1.2** rassemble des valeurs de porosité pour différents types de sols.

Roche	Porosité (%)
Sable et gravier	25 à 40
Sable fin	30 à 35
Argile	40 à 50
Craie	10 à 40
Calcaire fissuré	1 à 10

Tableau 1.2. Porosité de quelques types de sols ou de roches (<http://eduterre.ens-lyon.fr/nappe/html/scenarii/TP>).

Contrairement à une idée reçue, plus les grains du sol sont gros et plus la porosité est faible. Ainsi les sols argileux ont la porosité la plus importante car ils contiennent de très nombreux pores de petite taille.

I.1.2 L'eau dans les sols

Bien que l'eau dans les sols ne représente qu'une infime partie de l'eau douce sur Terre (0,15 %, [Dingman, 1994](#)), elle est indispensable à l'organisation du vivant et au cycle de l'eau en général ([Fig. 1.3](#)). Elle intervient dans la nutrition des plantes et donc dans l'évolution des écosystèmes ([Rodriguez-Iturbe, 2000](#)) ou dans la production agricole ; elle conditionne la plupart des processus de formation des sols ; elle joue aussi un rôle en surface où elle module les interactions entre la surface et l'atmosphère, influençant ainsi le climat ([Entekhabi, 1995](#)). Les deux principales sources d'eau dans les sols sont les précipitations et les nappes phréatiques. Cette eau peut ensuite être extraite par les racines des plantes, évaporée à la surface du sol ou renvoyée vers les nappes phréatiques ([Strangeways, 2003](#)). Ces dernières sont donc à la fois un moyen de recharger les sols en eau et un moyen de drainer l'eau des sols, c'est pourquoi leur contamination pose d'importants problèmes environnementaux.

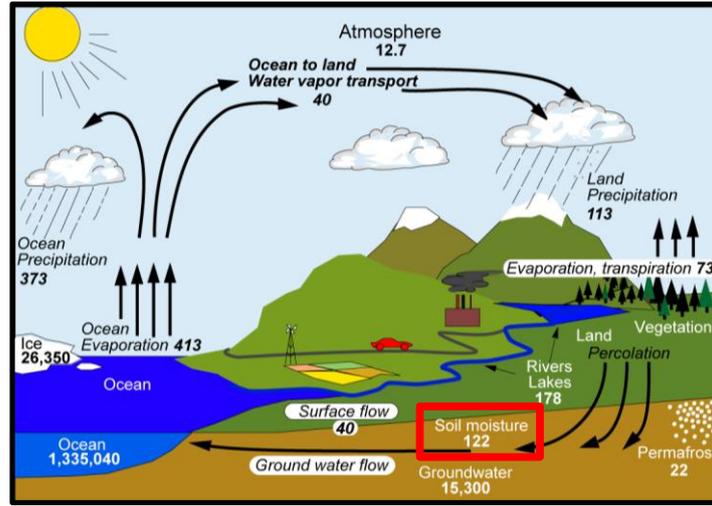


Fig. 1.3. Cycle de l'eau. Les nombres sont exprimés en milliers de km^3 en ce qui concerne le stockage et en milliers de km^3 par an pour les échanges (National Centre for Atmospheric Science, http://www.metlink.org/wp-content/uploads/2015/12/Alevel_23.pdf).

Il n'existe pas de protocole ni de définition standard pour quantifier l'eau dans les sols (Stafford, 1988 ; Petropoulos et al., 2013). Les principales définitions utilisées sont :

- la teneur en eau gravimétrique (SMC_g) [en kg kg^{-1}]. Il en existe deux définitions :

$$SMC_g = \frac{m_h - m_s}{m_s} \quad (1.4)$$

$$SMC'_g = \frac{m_h - m_s}{m_h} \quad (1.5)$$

avec m_h [en kg] la masse du sol humide et m_s [en kg] la masse du sol sec. La première définition est généralement utilisée en science des sols car le dénominateur ne change pas quand on augmente la quantité d'eau. Donc l'évolution de la teneur en eau par rapport à la quantité d'eau dans le sol est linéaire. On peut simplement passer d'une définition à l'autre (Annexes du chapitre I) :

$$SMC_g = \frac{SMC'_g}{1 - SMC'_g} \quad (1.6)$$

$$SMC'_g = \frac{SMC_g}{1 + SMC_g} \quad (1.7)$$

- la teneur en eau volumique (SMC_v) [en $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$]. Sa définition mathématique est :

$$SMC_v = \frac{V_e}{V_s} = \frac{(m_h - m_s)/\rho_e}{m_s/\rho_s} = SMC_g \times \frac{\rho_s}{\rho_e} \quad (1.8)$$

avec ρ_e [en kg m^{-3}] la masse volumique de l'eau et ρ_s [en kg m^{-3}] la masse volumique de l'échantillon sec. Cette équation montre que l'on peut passer facilement de SMC_g à SMC_v si on connaît la masse volumique de l'échantillon sec. Deux autres grandeurs sont souvent utilisées en science des sols : le degré de saturation S [en %] qui traduit la proportion d'eau contenue dans les pores,

$$S = \frac{V_e}{V_a + V_e} = \frac{\theta_v}{\Phi} \quad (1.9)$$

et la tension de l'eau (pF) qui sera décrite dans la [section I.1.3](#). Comme illustré par la [Fig. 1.4](#), l'eau se répartit en diverses fractions dans les sols ([Duchaufour, 2001](#)) :

- l'eau de ruissellement : superficielle, elle entraîne latéralement les particules les plus fines. Ce ruissellement n'est pas constant et n'affecte que les surfaces inclinées soumises à des pluies violentes ;
- l'eau gravitaire (réserve hydrologique) : soumise à la pesanteur, elle circule dans les pores moyens (10-50 μm) et grossiers (> 50 μm), le plus souvent verticalement, parfois latéralement en cas de forte pente et si la perméabilité diminue avec la profondeur. Après une pluie, l'eau circule rapidement (quelques heures) dans les pores grossiers alors qu'elle circule plus lentement (quelques semaines) dans les pores moyens ;
- l'eau de rétention : retenue par le sol au cours de l'infiltration des pluies, elle occupe les pores fins à très fins (< 10 μm). Les forces capillaires et d'adsorption sont suffisamment élevées pour s'opposer à la force de gravité. Cette eau existe sous deux formes : l'eau capillaire qui occupe les pores fins et qui est recherchée par les racines et l'eau liée qui forme une fine pellicule à la surface des grains et qui ne peut pas être absorbée par les racines ;
- l'eau de constitution : elle n'est pas disponible, au moins jusqu'à ce que la roche soit altérée.

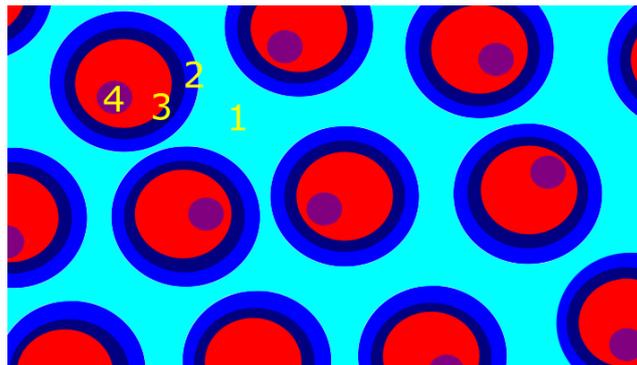


Fig. 1.4. Schéma représentant un sol constitué de grains (rouge) entourés d'eau (bleu). L'eau d'un sol humide se décompose en (1) eau gravitaire, (2) eau capillaire, (3) eau liée et (4) eau de constitution.

Deux grandeurs caractérisent l'eau des sols : la capacité au champ c [en %] et le point de flétrissement f [en %]. La capacité au champ correspond à la teneur en eau (massique ou volumique) retenue par le sol après une période de pluie et un ressuyage de deux ou trois jours. Elle comprend l'eau capillaire augmentée d'une

fraction variable d'eau gravitaire à écoulement lent. Cette eau est extractible par les racines et correspond à un SMC_v compris entre 4 et 10 % pour les sables et entre 23 et 36 % pour les argiles. Le point de flétrissement est la valeur limite de teneur en eau liée (massique ou volumique) que les racines ne peuvent absorber : il correspond à un $SMC_v \leq 4$ % pour les sables et à un $SMC_v \leq 23$ % pour les argiles. La force de succion nécessaire pour retirer l'eau des pores est de 16 bars (1 bar = 10^5 Pa), limite observée chez la plupart des espèces végétales cultivées et forestières. À partir de ces deux variables nous pouvons définir la réserve utile RU [en m] qui est la quantité d'eau stockée dans le sol :

$$RU = (c - f) \times z \quad (1.10)$$

avec z la profondeur du sol [en m]. Sur la Fig. 1.5 on observe les valeurs des différents paramètres cités en fonction des types de sols et leur effet sur les plantes. La fourchette entre le point de flétrissement et la capacité de rétention maximale est large pour les sols très poreux et étroite pour les sols peu poreux comme les sols sableux. C'est pour le limon que la fourchette de croissance optimale est la plus importante.

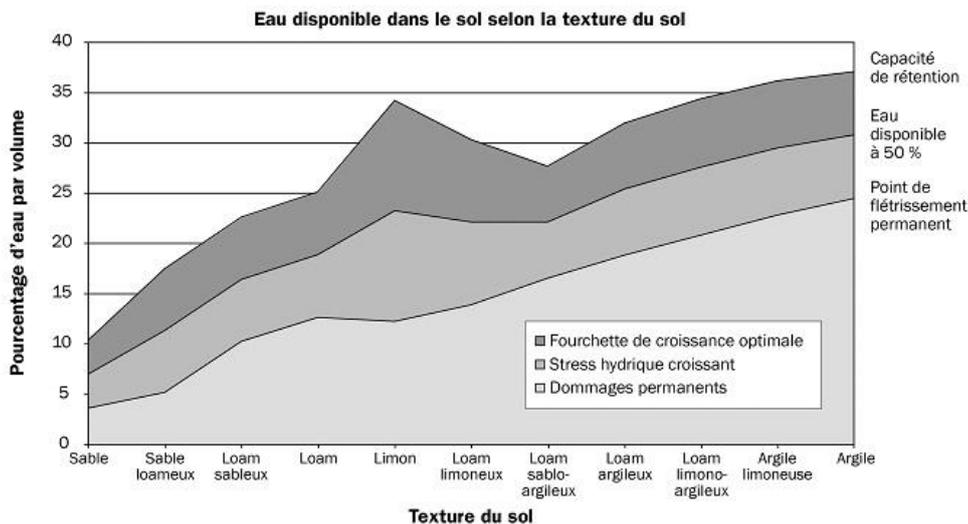


Fig. 1.5. Capacité au champ (ou de rétention) et point de flétrissement pour différents types de sols (<http://www.omafr.gov.on.ca/french/engineer/facts/11-038.htm>).

I.1.3 Mouvements d'eau dans les sols

Les mouvements d'eau dans les sols sont dus à deux types de force : (1) la force de gravitation et (2) la force de capillarité. Quand les pores sont saturés en eau, la force de gravitation domine alors que quand le sol est ressuyé, c'est la force de capillarité qui l'emporte. Les échanges d'eau entre le sol et l'atmosphère conditionnent fortement le taux d'humidité du sol. En effet dans les 50 premiers centimètres de sol, l'humidité est fortement influencée par les flux d'eau entre la zone racinaire et l'atmosphère. Dans cette couche, elle varie bien plus vite qu'en profondeur où elle est moins sensible aux variations à court terme des flux à l'interface sol-atmosphère. L'infiltration de l'eau dans un sol est décrite par la loi de Darcy. Les débits d'eau horizontaux q_x et verticaux q_z [en $m\ s^{-1}$] à travers une surface unitaire de sol s'écrivent :

$$q_x = -K_h \cdot d \left(z + \frac{p}{\gamma_w} \right) dx = -K_h \left[\frac{dz}{dx} + \frac{d \left(\frac{p}{\gamma_w} \right)}{dx} \right] \quad (1.11)$$

$$q_z = -K_h \cdot d \left(z + \frac{p}{\gamma_w} \right) dz = -K_h \left[\frac{dz}{dz} + \frac{d \left(\frac{p}{\gamma_w} \right)}{dz} \right] = -K_h \left[1 + \frac{d \left(\frac{p}{\gamma_w} \right)}{dz} \right] \quad (1.12)$$

avec K_h la conductivité hydraulique [en m s^{-1}], p la pression de l'eau du sol [en $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2} \equiv \text{Pa}$] et γ_w le poids spécifique de l'eau liquide [en $\text{kg s}^{-2} \text{m}^{-3} \equiv \text{N m}^{-3}$] qui est à peu près constant. La conductivité hydraulique s'écrit sous la forme :

$$K_h = \frac{k \rho g}{\mu} \quad (1.13)$$

avec k la perméabilité intrinsèque du milieu [en m^2], ρ la masse volumique du fluide [en kg m^{-3}], g l'accélération de la pesanteur [en m s^{-2}] et μ la viscosité intrinsèque (ou viscosité dynamique) du fluide [en $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1} \equiv \text{Pa s}$]. La loi de Darcy stipule que le débit dans le sens horizontal dépend (1) de la capacité du sol à conduire l'eau (autrement dit de sa conductivité hydraulique) ; (2) de l'ampleur et du sens de la pente (dz/dx) ; (3) de l'ampleur et la direction du gradient horizontal de la pression de l'eau du sol (si la pression de l'eau du sol diminue dans la direction x , l'eau coulera dans cette direction). Nous allons maintenant nous concentrer sur la composante verticale. Si γ_w est constant (ce qui est la plupart du temps le cas), alors on peut introduire la charge hydraulique Ψ [en m] :

$$\Psi = \frac{p}{\gamma_w} \quad (1.14)$$

On constate que Ψ est directement lié à la pression. En mécanique des fluides, la charge hydraulique est l'énergie interne d'un fluide en fonction de la pression exercée sur le récipient. Elle est négative pour un sol non saturé et sa valeur absolue augmente quand le sol s'assèche. Elle est positive quand le sol est saturé et sursaturé. On peut noter que (sans oublier que la conductivité hydraulique et que la charge hydraulique dépendent de la teneur en eau) :

$$q_z = -K_h(\theta) \left[1 + \frac{d\Psi(\theta)}{dz} \right] \quad (1.15)$$

À l'état d'équilibre ($q_z = 0$) on a :

$$\frac{d\Psi(\theta)}{dz} = -1 \quad (1.16)$$

Cela signifie que la force de gravité et la pression s'équilibrent. Sinon on observe un flux d'eau vertical dont l'amplitude dépend de la taille du déséquilibre et de la valeur du coefficient de conductivité hydraulique. La tension de l'eau pF n'est autre que le logarithme de la valeur absolue de la charge hydraulique :

$$pF = \log |\Psi| \quad (1.17)$$

C'est une valeur fondamentale en science du sol. La Fig. 1.6 montre les comportements de la tension de l'eau pF et de la conductivité hydraulique K_h pour différents types de sol, en fonction du degré de saturation. Lorsque ce dernier est faible, la tension de l'eau est bien plus faible pour un sol contenant des petits grains que pour un sol contenant des grains grossiers. En revanche, pour un degré de saturation donné, la conductivité hydraulique est moins importante. Si un sol à de petits pores (donc une porosité importante), on observe une forte résistance à l'écoulement. On observe donc une forte résistance à l'écoulement dans les sols argileux et une faible résistance à l'écoulement dans les sols sableux.

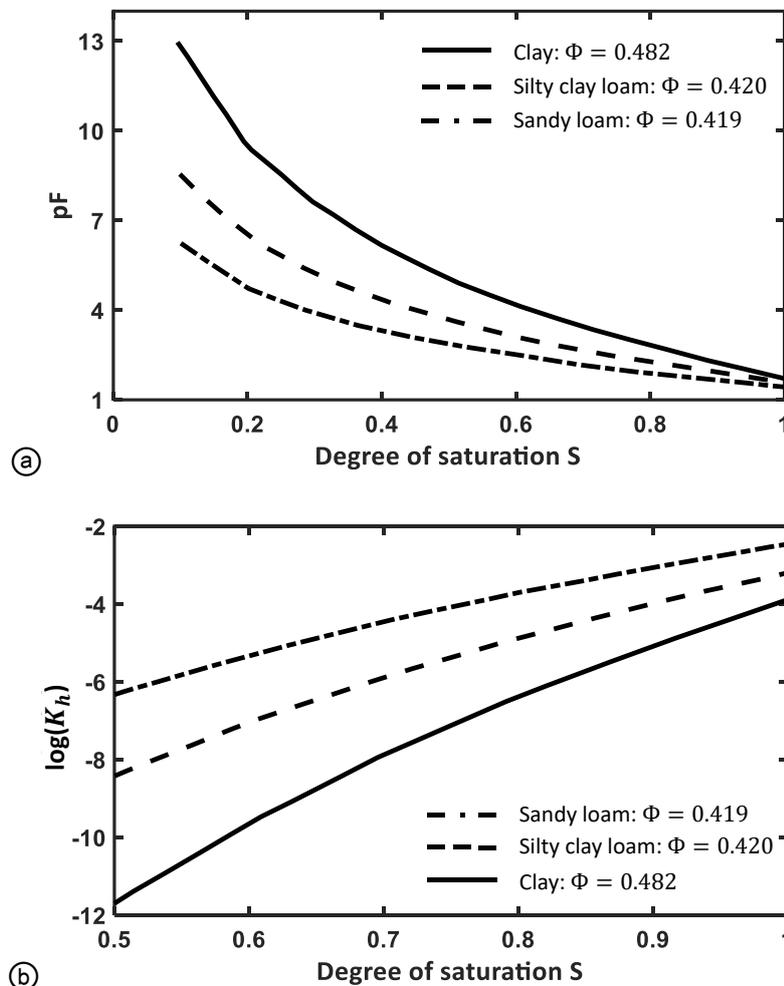


Fig. 1.6. (a) Tension de l'eau pF en fonction du degré de saturation S pour des sols de porosité variable et (b) logarithme décimal de la conductivité hydraulique K_h en fonction du degré de saturation S pour des sols de porosité variable.

(http://www.colorado.edu/geography/class_homepages/geog_3511_s11/notes/Notes_8.pdf)

Quand l'eau du sol s'évapore, l'assèchement est souvent séparé en trois étapes : (1) « *high rate* » quand l'évaporation est rapide et se fait en surface, (2) « *falling rate* » quand la surface est sèche et que l'eau présente dans la subsurface s'évapore, et (3) « *low and constant rate* » quand l'évaporation est faible et constante (Fisher, 1923 ; Salvucci, 1997 ; Qiu & Ben-Asher, 2010 ; Xiao et al., 2011 ; Han & Zhou, 2013). Selon Bedidi et al. (1992) un échantillon saturé en eau qu'on assèche passe par les étapes suivantes :

1. l'eau des macropores s'évacue et est remplacée par de l'air ;
2. l'eau des micropores s'évacue mais n'est pas remplacée par de l'air ;
3. il n'y a plus d'eau dans les macropores, l'eau continue de se retirer des micropores ;
4. l'air commence à remplir les microporosités, l'eau continue de s'évacuer des micropores jusqu'à ce que l'échantillon soit totalement sec.

À l'inverse, quand on humidifie régulièrement la surface d'un sol, on constate un déplacement du front d'onde humide (limite entre le sol sec et le sol humide). La Fig. 1.7 montre la variation du profil d'humidité en fonction du temps pour un sol argileux de porosité 0,5. Le front humide est situé à 3,2 cm de profondeur après 0,83 heures (50 min) et à 33 cm de profondeur après 83 heures. Cette limite est très souvent diffuse. Dans le chapitre IV nous verrons que la réalité est plus complexe et que les profils d'humidité dépendent du type du sol étudié. Le front humide dans un sol sableux, qui a une conductivité hydraulique plus importante, se déplace bien plus vite.

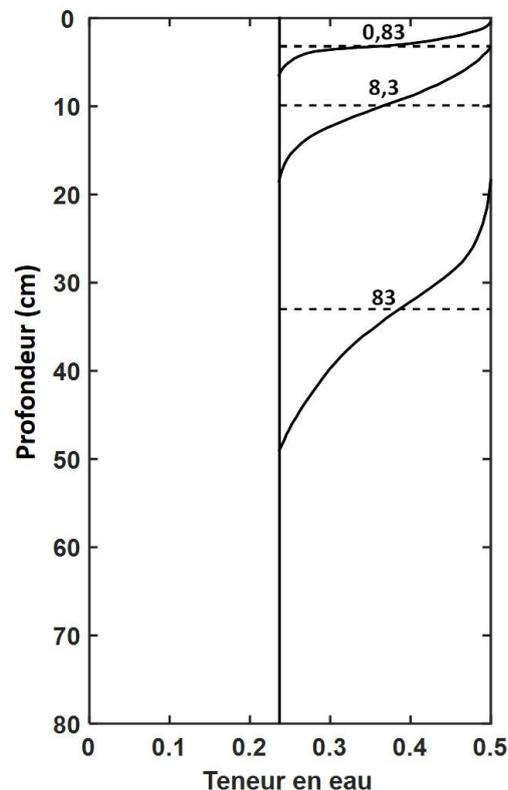


Fig. 1.7. Évolution du profil d'humidité d'une argile de porosité 0,5. Les différents fronts humides en fonction du nombre d'heures après le début de l'infiltration (chiffre au-dessus des courbes) sont indiqués en pointillés (http://www.colorado.edu/geography/class_homepages/geog_3511_s11/notes/Notes_8.pdf).

I.2 Détermination de la teneur en eau

I.2.1 Méthodes *in situ*

Il est possible de mesurer la teneur en eau d'un sol *in situ* ou en prélevant un échantillon sur le terrain. On distingue les méthodes directes (destructives) et les méthodes indirectes (non destructives). Les méthodes directes permettent une mesure très précise de la teneur en eau de surface (premiers centimètres) et les méthodes indirectes permettent des mesures précises de la teneur en eau de volume (plusieurs centimètres sous la surface).

Méthodes directes :

- Méthode gravimétrique d'assèchement à l'air libre : l'échantillon est prélevé, pesé, puis séché à l'air libre jusqu'à ce que sa masse soit constante. Le défaut de cette méthode est qu'il reste toujours de l'eau entre les grains de l'échantillon et que cette quantité d'eau dépend de l'humidité ambiante.
- Méthode gravimétrique d'assèchement à l'aide d'une étuve : l'échantillon est prélevé, pesé, puis séché dans une étuve à 100°C environ jusqu'à ce que sa masse se stabilise (Black et al., 1965 ; Brakensiek et al., 1979). Il s'agit d'une méthode standard qui sert à calibrer et tester d'autres méthodes.
- Méthode gravimétrique à l'aide d'un four à micro-ondes : cette méthode est identique à la précédente mais plus rapide (Bach, 1995).
- Méthode thermogravimétrique : l'échantillon est mélangé avec de l'alcool (méthanol, éthanol ou isopropanol) que l'on fait brûler afin d'évaporer l'eau. On répète le processus jusqu'à ce que la masse de l'échantillon soit constante. Cette méthode est rapide mais elle a pour inconvénient de brûler la matière organique, donc de changer la composition initiale du sol.

Méthodes indirectes :

- Sondes à neutrons : leur première utilisation date des années 1950 (Belcher et al., 1950 ; Gardner & Kirkham, 1952). Cette méthode est basée sur la thermalisation des neutrons, c'est-à-dire leur ralentissement par une suite de chocs inélastiques. La collision entre un neutron et un atome d'hydrogène est inélastique parce qu'ils ont tous les deux la même masse. Or l'eau est la source principale d'hydrogène dans un sol, donc la mesure du nombre de neutrons thermalisés est directement liée au volume d'eau dans le sol. Il est nécessaire de calibrer la sonde au champ car d'autres éléments peuvent influencer sur la thermalisation des neutrons.
- Sondes à rayons gamma : l'intensité des rayons gamma change avec la masse volumique du sol. Si on la connaît, on peut attribuer un changement d'intensité des radiations à une variation de teneur en eau du sol. Dans les sols stratifiés, des erreurs importantes sont cependant observées (Nofziger, 1978).
- Méthodes diélectriques : la constante diélectrique d'un milieu a une forte influence sur la façon dont une onde électromagnétique se propage dans ce milieu. Lorsqu'une onde électromagnétique passe d'un milieu de constante diélectrique ϵ_{r1} vers un milieu de constante diélectrique ϵ_{r2} ($\epsilon_{r2} > \epsilon_{r1}$), elle est

ralentie et met plus de temps à traverser ce milieu. Or la permittivité relative (ou constante diélectrique) de l'eau pure à 20°C vaut 80 sur une large gamme de fréquences alors qu'elle est comprise entre 5 et 7 pour les sols, et est égale à 1 pour l'air. La vitesse de l'onde est donc en grande partie influencée par l'eau. Pour cette méthode, il est nécessaire de connaître la porosité du sol et de faire des calibrations.

- Sondes capacitives : on envoie un signal électromagnétique dans le sol entre deux ou trois guides d'ondes (tiges métalliques) enterrés. La constante diélectrique apparente d'un sol peut être déterminée en mesurant le temps de parcours du signal entre les guides d'ondes placés horizontalement, verticalement ou en biais. Elle varie en fonction de la teneur en eau (Topp et al., 1980). L'instrument utilisé est une sonde TDR (pour *Time Domain Reflectometry*).
- Sondes réflectométriques : la teneur en eau du sol est déterminée en utilisant un condensateur et les propriétés diélectriques de l'eau. Pour cette méthode, la capacitance mesurée entre les deux électrodes implantées dans le sol est directement liée à la teneur en eau du sol à condition que la majeure partie de l'eau soit de l'eau libre.

La plupart de ces méthodes sont très précises, allant d'une erreur quasi nulle (précision de la balance pour les mesures directes) à des erreurs de ~3 % (réflectométrie temporelle, Walker et al., 2004). Mais elles sont inadaptées pour déterminer la teneur en eau des sols sur de vastes étendues car elles sont ponctuelles (Petropoulos et al., 2013). De plus, elles sont compliquées à mettre en œuvre (sondes à neutrons), longues (méthodes gravimétriques) et coûteuses (sonde à neutrons, atténuation des rayons gamma). Ces méthodes ont cependant permis de développer l'*International Soil Moisture Network* (ISMN), coopération internationale visant à établir et à maintenir une base de données mondiale sur l'humidité des sols déterminée à l'aide de mesures *in situ*. Ce réseau comprend 2438 stations réparties dans 26 pays. Du fait de sa faible couverture spatiale en Afrique, en Amérique du sud ou en Asie du Sud-Est, ce réseau ne peut pas être utilisé pour cartographier l'humidité des sols à l'échelle globale. Il sert donc essentiellement à la validation et à l'amélioration des techniques d'estimation de l'humidité par télédétection.

I.2.2 Méthodes par télédétection

La télédétection permet d'obtenir des informations périodiques sur de grandes surfaces. Les satellites quant à eux assurent un recouvrement global des surfaces terrestres. Les domaines de longueurs d'onde utilisés pour déterminer le SMC sont le domaine solaire réfléchissant, l'infrarouge thermique et les micro-ondes. Ces dernières sont peu perturbées par l'atmosphère et donc couramment utilisées. Nous allons présenter succinctement les méthodes les plus courantes permettant d'estimer le SMC par télédétection. On peut les regrouper en deux grandes familles : (1) les méthodes de télédétection active et (2) les méthodes de télédétection passive.

I.2.2.1 Méthodes basées sur la télédétection active

Les longueurs d'onde utilisées afin d'estimer la teneur en eau des sols sont comprises entre 0,5 cm et 100 cm (Ahmad et al., 2010). Les capteurs de type SAR (*Synthetic Aperture Radar*) sont les plus courants compte tenu de leur capacité à générer des images haute résolution. Le radar émet une onde électromagnétique vers le sol et mesure un coefficient de rétrodiffusion σ° défini comme la fraction de rayonnement rétrodiffusée vers l'antenne. σ° est converti en décibels à l'aide de la formule suivante (Baghdadi et al., 2007) :

$$\sigma_{dB}^\circ = 10 \log(\sigma^\circ) \quad (1.18)$$

Plusieurs modèles permettent de relier le coefficient de rétrodiffusion à la teneur en eau. Les modèles empiriques fournissent des résultats satisfaisants (Walker et al., 2004) mais ils sont très sensibles à la densité de végétation ou à la rugosité de surface des sols (Oh et al., 1992). Les modèles théoriques reposent sur des bases physiques (Ulaby et al., 1996 ; Xiao et al., 2005). Le modèle théorique de Kirchhoff qui fusionne un modèle optique géométrique et un modèle optique physique est largement utilisé pour retrouver le coefficient de rétrodiffusion (Dobson & Ulaby., 1986). À l'aide de ces techniques, la teneur en eau des premiers centimètres du sol est accessible.

I.2.2.2 Méthodes basées sur la télédétection passive

Les modèles de brillance (ou modèles radiométriques) et les méthodes basées sur la « méthode du triangle » sont les plus utilisés en télédétection passive pour estimer la teneur en eau des sols (Ahmad et al., 2010). La méthode du triangle consiste à relier le *NDVI* (*Normalized Difference Vegetation Index*) à la température de surface du sol : les pixels forment un triangle et leur position indique leur composition (sol nu, recouvrement végétal partiel ou recouvrement végétal total). La définition du *NDVI* est :

$$NDVI = \frac{R_{PIR} - R_R}{R_{PIR} + R_R} \quad (1.19)$$

avec R_{PIR} la réflectance du pixel considéré dans le proche infrarouge et R_R la réflectance du pixel considéré dans le rouge. De nombreuses méthodes basées sur ce triangle ont été développées pour estimer la teneur en eau des sols (e.g., Carlson et al., 1994 ; Gillies et al., 1997 ; Carlson, 2007). Dans les micro-ondes, la température de brillance T_B des sols est corrélée à leur teneur en eau. Les résultats peuvent être améliorés si l'on connaît la texture ou la densité du sol. Des modèles simples ont été proposés mais ils sont limités à des cas spécifiques car ils sont très sensibles à la rugosité de surface du sol (Nishimoto, 2008). Le plus utilisé est le modèle de Shi et al. (2006) qui permet d'accéder à la teneur en eau des premiers millimètres de sol. Dans l'infrarouge thermique, le SMC est positivement corrélé à l'émissivité de la surface (Van Bavel & Hillel, 1976) mais cette relation dépend de la structure du sol (Chen, 1989). Urai (1997) a analysé l'évolution des rapports d'émissivité spectrale dans les bandes à 8,3 μm et 11,3 μm du capteur ASTER et a montré une augmentation

de 3 % quand le SMC varie de 0 à 2 %. Plus récemment, [Lesaignoux \(2010\)](#) a relié le logarithme népérien de la réflectance des sols entre 3 μm et 14 μm à leur teneur en eau. Plusieurs satellites permettent d'estimer la teneur en eau des sols depuis l'espace grâce à des radars ou des radiomètres micro-ondes passifs (e.g., WindSat, AMSR, RADARSAT, ERS 1 et SMOS). Par exemple SMOS (*Soil Moisture and Ocean Salinity*) est un satellite de l'ESA lancé le 2 novembre 2009 et embarquant un radiomètre interférométrique en bande L ($\lambda \approx 21 \text{ cm}$). Ses deux principales missions sont la mesure de la salinité des océans et celle de la teneur en eau des sols dans la zone racinaire.

Des travaux de recherche ont visé à coupler télédétection active et télédétection passive. [O'Neill et al. \(1996\)](#) furent les premiers à proposer une telle approche qui a permis d'améliorer sensiblement l'estimation de la teneur en eau des sols. Dès lors de nombreuses techniques utilisant des données actives et passives ont été développées comme par exemple l'utilisation de réseaux de neurones, qui consistent à connecter (réseau) des fonctions mathématiques élémentaires (neurones) pour produire le résultat attendu à l'issue d'une phase d'apprentissage. C'est dans l'optique de regrouper les méthodes basées sur la télédétection active et passive que le satellite SMAP (*Soil Moisture Active Passive*) de la NASA a été conçu : sa mission est d'estimer la teneur en eau des sols dans les 5 premiers centimètres.

Synthèse du chapitre I

Le SMC est une variable d'intérêt dans de nombreux domaines scientifiques. Il existe plusieurs méthodes d'estimation, en particulier dans le domaine des micro-ondes qui a été beaucoup plus investigué que les domaines réflectif solaire et infrarouge thermique. Il existe très peu de modèles physiques dans le domaine réflectif permettant de comprendre les phénomènes mis en jeu. Le but de cette thèse est de combler ce manque. Ce travail s'inscrit dans un contexte favorable à la télédétection hyperspectrale puisque plusieurs projets de spectro-imageurs embarqués sur satellite et opérant dans le domaine de longueurs d'onde compris entre 400 nm et 2500 nm sont à l'étude : HYPXIM (CNES), HYPEX-2 (ESA), PRISMA (ASI), EnMap (DLR), Shalom (ISA et ASI), Hypispi (NASA) et Hisui (METI). Dans le [chapitre II](#) nous décrivons le lien entre la réflectance d'un sol et son humidité dans le domaine réflectif et nous présenterons les méthodes d'estimation de la teneur en eau.

Chapitre II

Impact du SMC dans le domaine réflectif

Dans le domaine réflectif, on mesure la lumière du Soleil (ou émise par une source artificielle comme une lampe) réfléchi par le sol. Typiquement, un rayonnement de longueurs d'onde comprises entre 400 nm et 2500 nm pénètre dans les premiers micromètres/millimètres du sol et la teneur en eau augmente cette profondeur de pénétration (Ciani et al., 2005). Woolley & Stoller (1978) ont démontré que les graines des plantes « percevaient » le rayonnement solaire jusqu'à 2 mm sous la surface ; Ciani et al. (2005) ont démontré qu'il pénétrait dans les sols jusqu'à une profondeur de 200 μm aux longueurs d'onde comprises entre 275 nm et 500 nm. Le SMC influence l'interaction entre le rayonnement électromagnétique et le sol de manière assez complexe, ce qui explique qu'il existe très peu de modèles physiques rendant compte de l'évolution de la réflectance en fonction du SMC ou permettant de l'estimer. En revanche, on trouve dans la littérature de nombreuses méthodes empiriques. Nous commencerons par expliquer comment les propriétés optiques des sols varient avec la teneur en eau dans le domaine réflectif puis nous détaillerons les méthodes empiriques permettant d'estimer le SMC puis celles basées sur des modèles physiques.

II.1 Influence du contenu en eau des sols sur leur réflectance

II.1.1 Propriétés optiques intrinsèques de l'eau liquide

Les propriétés spectroscopiques de l'eau varient selon qu'elle se trouve à l'état gazeux, liquide ou solide. Nous décrivons uniquement le cas de l'eau liquide qui est celui qui nous intéresse. Dans l'infrarouge, les liaisons des molécules d'eau interagissent avec la lumière en vibrant, produisant des bandes d'absorption spécifiques. La forme et la profondeur de ces bandes d'absorption résultent d'interactions intra et intermoléculaires. Une vibration moléculaire se produit lorsque la molécule absorbe un quantum d'énergie de fréquence ν . La molécule d'eau possède trois modes de vibration fondamentaux de la liaison hydroxyle (Wozniak & Dera, 2007) :

- un mode d'étirement asymétrique ν_1 à 2870 nm (*stretching*) ;
- un mode d'étirement symétrique ν_3 à 3050 nm (*stretching*) ;
- un mode de pliage ν_2 à 6080 nm (*bending*).

Il existe aussi des modes harmoniques (par exemple $a\nu_1$) et des combinaisons de modes fondamentaux et/ou d'harmoniques (par exemple $a\nu_1 + \nu_2 + b\nu_3$ avec $a + b = n$). Les harmoniques et les combinaisons de modes sont observés dans le domaine réflectif où le coefficient spécifique d'absorption de l'eau liquide [en cm^{-1}] présente de fortes bandes d'absorption à 1440 nm et à 1930 nm (Fig. 2.1). Sa détermination a fait l'objet d'un grand nombre de travaux (e.g., Palmer & William, 1973 ; Segelstein, 1981 ; Pope & Fry, 1997 ; Wozniak & Dera, 2007).

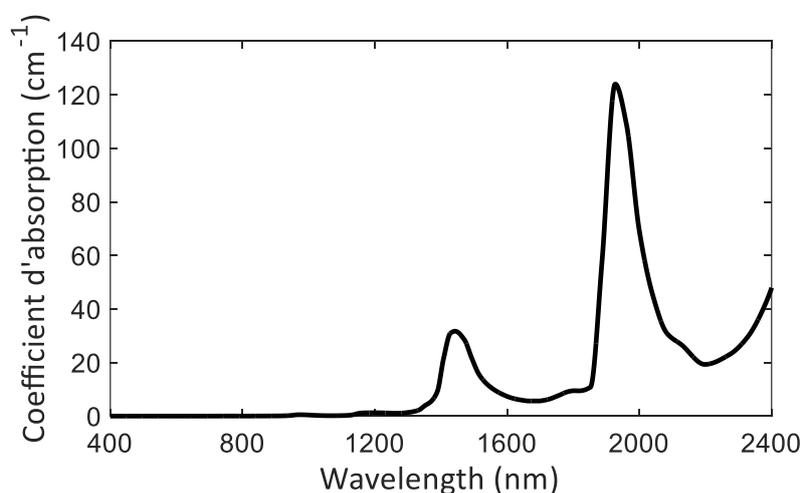


Fig. 2.1. Coefficient spécifique d'absorption de l'eau pure dans le domaine réflectif (d'après Palmer & William, 1973).

La bande d'absorption la plus importante à 1930 nm indique la présence d'eau liquide contrairement à la bande à 1440 nm qui peut souligner la présence de liaisons hydroxyles causées par d'autres molécules (par exemple la matière organique du sol). Il existe également des bandes d'absorption de plus faible intensité,

situées à 740 nm, 970 nm, 1200 nm, 1380 nm et 1450 nm. Les quatre premières correspondent à la combinaison de modes fondamentaux, celle à 1450 nm à la combinaison de modes fondamentaux et d'une harmonique.

II.1.2 Influence du SMC sur les propriétés optiques de sol

Le spectre de réflectance d'un sol nu dépend de sa composition minéralogique, de sa rugosité de surface, de sa teneur en matière organique, de sa granulométrie et de sa teneur en eau. On distingue la réflectance diffuse (volumique) de la réflectance spéculaire (surfaique) (Vincent & Hunt, 1968 ; Philpot, 2010). Ångström (1925) fut le premier à montrer une diminution de la réflectance totale d'un sol lorsqu'on l'humidifie. Il explique ce phénomène grâce à un modèle simple de piège à lumière : un sol humide est représenté comme un sol sec recouvert d'une fine lame d'eau. Les photons la traversent puis sont en partie réfléchis et absorbés par le sol. La fraction réfléchiée traverse à nouveau la lame d'eau avant de rencontrer l'interface entre l'eau et l'air. Une partie de ces photons est renvoyée vers le sol, etc. Le résultat est une baisse globale de la réflectance. Planet (1970) validera expérimentalement cette théorie et il stipulera que l'humidité d'un sol peut être prédite à partir de mesures spectrales du sol sec et de l'indice de réfraction de l'eau. Pour l'œil humain, le sol apparaît alors plus sombre, en particulier quand le seuil de 20 % de SMC est dépassé (Balsam et al., 1998). La diminution de la réflectance d'un sol en fonction de sa teneur en eau a été largement confirmée par des travaux postérieurs (e.g., Bowers & Hanks, 1965 ; Planet, 1970 ; Bowers and Smith, 1972 ; Idso et al., 1975 ; Ishida et al., 1991) (Fig. 2.2). L'explication donnée par Twomey et al. (1986) est différente. Selon eux, l'eau entourant les particules augmente la diffusion de la lumière vers l'avant. Un photon a donc plus de chance d'être absorbé quand le sol est humide, puisque sa profondeur de pénétration est plus grande (Ciani et al., 2005). Mais l'explication est la même que celle avancée par Ångström : un photon a statistiquement plus de chance d'être absorbé par un sol humide que par un sol sec.

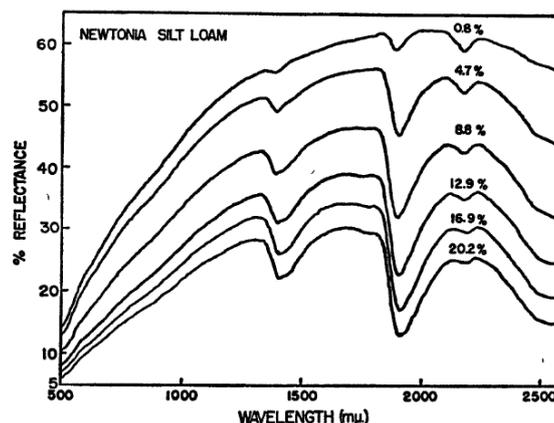


Fig. 2.2. Spectres de réflectance d'un terreau limoneux à différentes teneurs en eau (Bowers & Hanks, 1965).

La plupart de ces études ont été menées pour de faibles teneurs en eau. Lorsque le SMC dépasse une valeur critique, le phénomène peut s'inverser et la réflectance augmente à nouveau (Prost et al., 1983 ; Neema et al., 1987). Cette augmentation dépend de la longueur d'onde (Fig. 2.3) : elle est plus forte dans les courtes

longueurs d'onde que dans les grandes longueurs d'onde où l'absorption du rayonnement électromagnétique par l'eau est plus forte (Prost et al., 1987 ; Bedidi et al., 1992 ; Liu et al., 2002). Liu et al. (2002) avancent que cette valeur critique correspond à la capacité au champ du sol c (Chapitre I), état où tous les pores du sol sont remplis d'eau. La charge hydraulique devient alors positive. L'augmentation de la réflectance est expliquée par une augmentation du terme spéculaire due à l'apparition d'une fine pellicule d'eau libre à la surface du sol et donc dépend de la configuration de mesure. Aucune méthode d'estimation de la teneur en eau n'a jusqu'ici étudié cette dépendance.

L'évolution de la réflectance d'un sol en fonction de l'humidité dépend de ses caractéristiques physico-chimiques. Dans les sols sablonneux par exemple, où l'adsorption est négligeable, l'effet de la teneur en eau sur la réflectance est contraint par la teneur en matière organique (Knadel et al., 2014). Les faibles changements de réflectance observés sur les sols à forte teneur en carbone organique s'expliquent par le fait que ces sols sont généralement plus foncés. L'évolution de la réflectance en fonction de la teneur en eau dépend aussi de la composition minéralogique du sol (Bedidi et al., 1992).

Si on trace la réflectance d'un sol nu dans le proche infrarouge en fonction de la réflectance d'un sol nu dans le rouge, les points s'alignent sur une droite appelée droite des sols (*soil line*) et leur position dépend de l'humidité (Kauth & Thomas., 1976). Cette approche est très utilisée en observation de la Terre par satellite (e.g., Baret et al., 1993a,b ; Xu & Guo, 2013). Elle constitue le côté d'un triangle appelé espace triangulaire NIR-Red (Fig. 2.4). Ce dernier est très utilisé en télédétection des surfaces continentales notamment afin de dissocier les pixels de sol nu des pixels de végétation, ainsi que pour minimiser l'effet du sol sur la caractérisation du couvert végétal (Baret et al., 1989). Nous verrons qu'il permet aussi de retrouver la teneur en eau des sols (e.g., Zhan et al., 2007 ; Amani et al., 2016). Dans la section II.2, nous introduirons les méthodes permettant de retrouver la teneur en eau d'un sol dans le domaine réflectif.

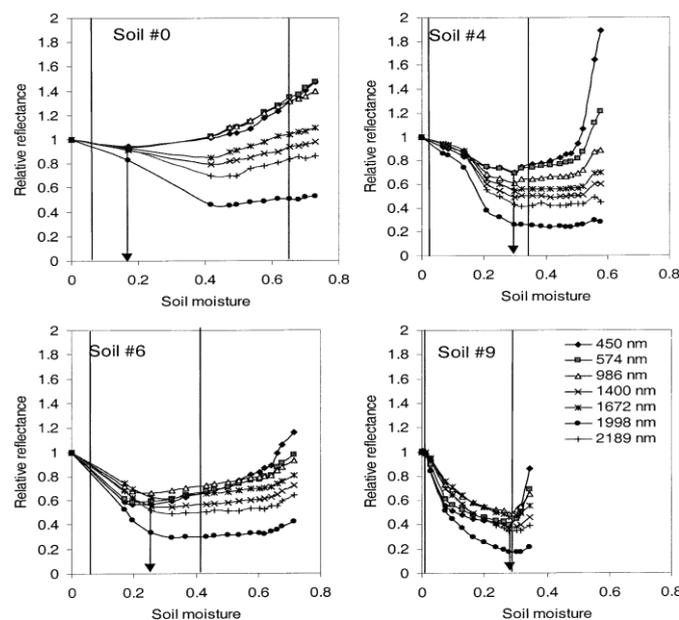


Fig. 2.3. Réflectances de quatre échantillons de sols à sept longueurs d'onde différentes en fonction de la teneur en eau (Liu et al., 2002).

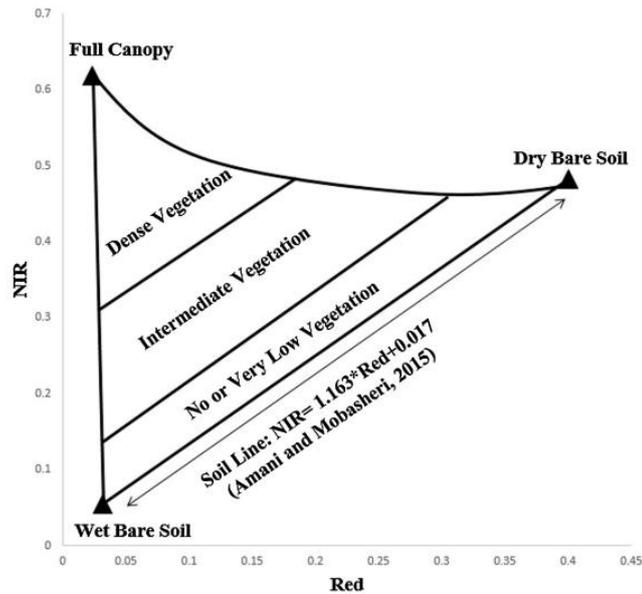


Fig. 2.4. Espace triangulaire NIR-Red pour différents types de végétation (Amani et al., 2016).

II.2 Méthodes d'extraction de la teneur en eau d'un sol

On trouve dans la littérature scientifique plusieurs études visant à estimer la teneur en eau des sols dans le domaine optique à l'aide de méthodes semi-empiriques et, dans une moindre mesure, à l'aide de méthodes basées sur des modèles physiques. Les méthodes semi-empiriques peuvent être classées en trois catégories : les méthodes d'analyse spectrale, les indices spectraux et les fonctions mathématiques semi-empiriques. Les modèles physiques utilisent les lois de l'optique géométrique et font parfois appel à des relations d'étalonnage. Alors que certaines de ces méthodes prédisent uniquement le taux d'humidité d'un sol, d'autres modélisent son spectre de réflectance en fonction de sa teneur en eau.

II.2.1 Méthodes empiriques d'extraction du SMC

II.2.1.1 Analyse spectrale

L'analyse spectrale repose sur l'étude de la forme des spectres de réflectance (e.g., Levitt et al., 1990 ; Whiting et al., 2004 ; Peng et al., 2013 ; Yin et al., 2013) et de leur évolution en fonction de la teneur en eau du sol. La réflectance est généralement normalisée afin de minimiser les effets des autres paramètres. Par exemple, en normalisant la réflectance, Levitt et al. (1990) ont observé des variations de réflectance attribuées à l'absorption du rayonnement par l'eau :

$$B = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}} \quad (2.1)$$

avec B la réflectance normalisée, X la réflectance, et X_{min} et X_{max} les réflectances minimale et maximale des spectres étudiés (Fig. 2.5).

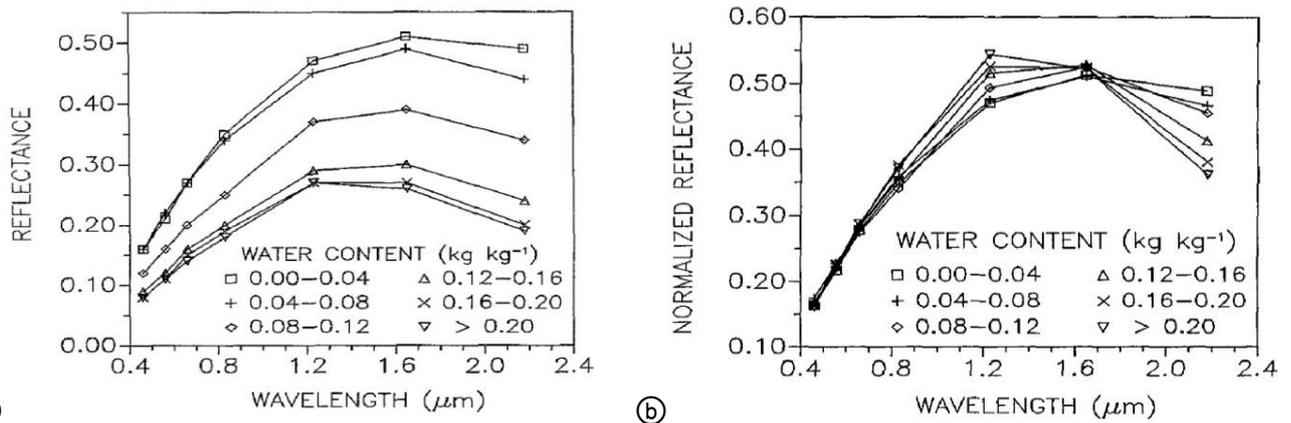


Fig. 2.5. Réflectance (a) brute et (b) normalisée d'un sol à plusieurs taux d'humidité. Chaque point est une moyenne de 6 à 27 mesures (Levitt et al., 1990).

Il est possible de déterminer l'enveloppe convexe (continuum apparent) du spectre de réflectance d'un sol afin d'isoler les variables décrivant l'absorption (Clark & Roush, 1984) et d'extraire des informations sur sa teneur en eau (Whiting et al., 2004 ; Yin et al., 2013 ; Fabre et al., 2015). Par exemple, Whiting et al. (2004) calculent l'enveloppe convexe du logarithme normalisé de la réflectance. Ils ajustent ensuite un modèle inverse-gaussien (*Soil Moisture Gaussian Model*, SMGM) sur le domaine 1,8 – 2,8 μm (Fig. 2.6). Les paramètres du modèle (aire A sous la courbe, distance à mi-hauteur σ , etc.) sont alors linéairement reliés au SMC. Les écarts quadratiques moyens (RMSE) obtenus avec A sont plutôt bons pour les faibles valeurs de SMC (RMSE = 2,6 % pour $SMC \leq 32$ %) mais moins convaincants pour toute la gamme de variation de teneurs en eau (RMSE = 4,2 %).

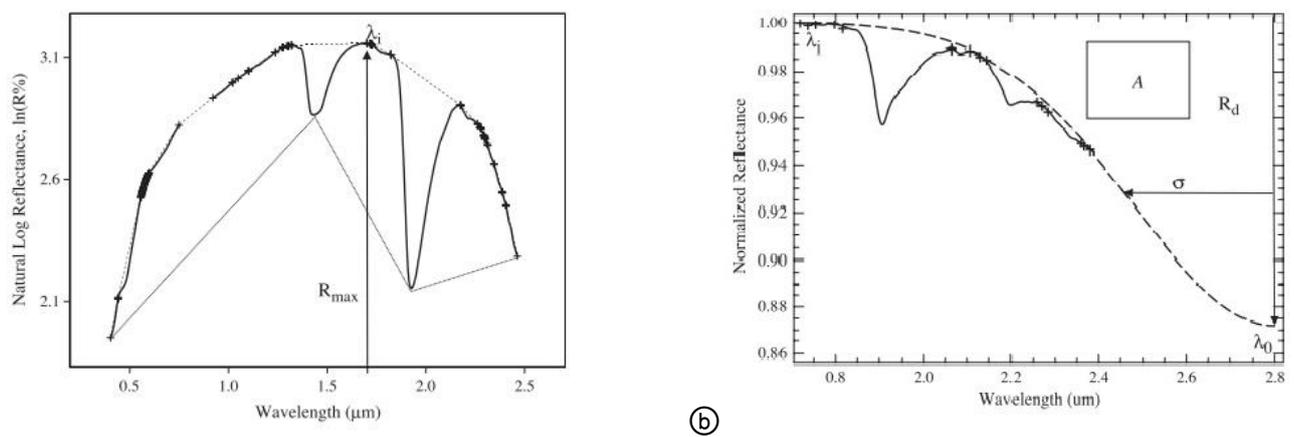


Fig. 2.6. (a) Modèle d'enveloppe convexe appliqué sur un spectre de réflectance, et (b) modèle SMGM (Whiting et al., 2004).

À la suite de ces travaux, Yin et al. (2013) ont généré les enveloppes convexes de spectres de réflectance de sols mesurés à quatre teneurs en eau différentes, puis ils ont relié statistiquement la profondeur d'absorption relative à 1940 nm à la teneur en eau volumique du sol (Fig. 2.7). Pour chaque sol, ils trouvent une relation linéaire qu'ils appliquent aux sols pour estimer leur teneur en eau : les RMSE obtenus varient entre 2,88 % et 5,27 % selon le sol.

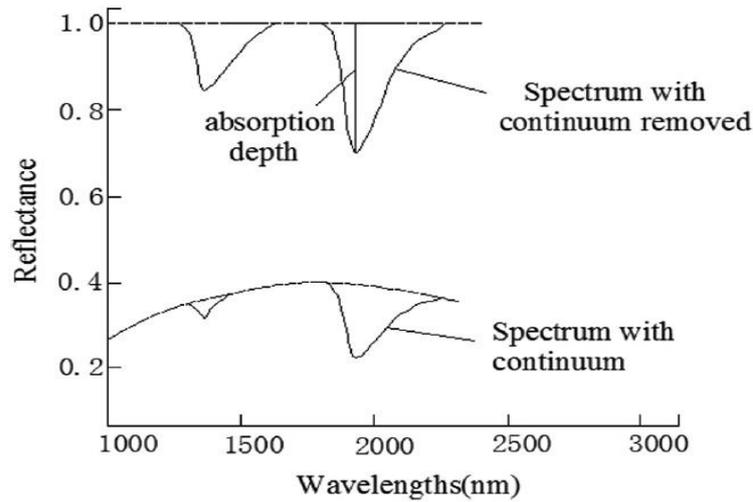


Fig. 2.7. Spectre de réflectance normalisé avec et sans ligne continue (Yin et al., 2013).

Plus récemment, Verpoorter et al. (2014) ont extrait les propriétés géophysiques de sédiments côtiers telles que la teneur en eau ou la taille de grains à partir de spectres de réflectance. Ils évaluent une nouvelle approche appelée *Spectral Derivative–Modified Gaussian Model* (SD-MGM) qui établit une relation entre les caractéristiques spectrales des sédiments et leurs propriétés géophysiques (Fig. 2.8). Cette méthodologie comprend deux étapes : ils mesurent d'abord les spectres de réflectance des sédiments dans un environnement contrôlé, puis ils calculent les prévisions statistiques basées sur les propriétés géophysiques des sédiments et les caractéristiques spectrales découlant de la SD-MGM.

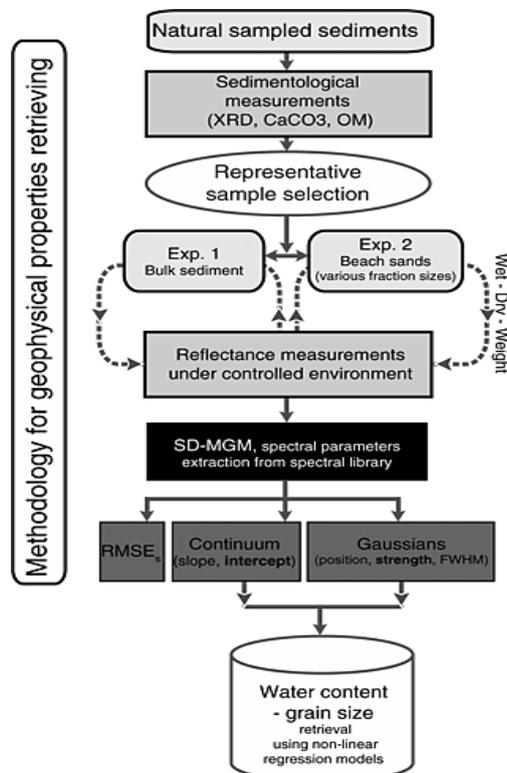


Fig. 2.8. Schéma explicatif de la méthode utilisée par Verpoorter et al. (2014).

Une relation quantitative entre la teneur en eau et la profondeur des bandes d'absorption de l'eau à 0,97 μm et à 2,8 μm a été trouvée lors de la déshydratation. Il est possible de séparer l'eau saturée, libre et adsorbée dans la structure des sédiments (Fig. 2.9). Ce modèle, développé pour des sables dont la bande d'absorption de l'eau à 0,97 μm est importante, n'est cependant pas généralisable à tous les types de sols. Le RMSE obtenu est de 4,58 %.

Enfin, Peng et al. (2013) utilisent une transformée en ondelettes discrète (DWT pour *Discrete Wavelet Transform*) pour décomposer les données hyperspectrales en un grand nombre de coefficients. Ils réduisent ainsi les informations acquises par imagerie hyperspectrale pour ne garder que les informations d'intérêt, reliées à la teneur en eau. Ils montrent que les longueurs d'onde les plus corrélées à SMC sont proches de 550 nm, 1400 nm et 1900 nm. Ils n'ont testé leur modèle que sur un sol argileux rouge et ont obtenu un RMSE de 5,2 % en comparant le modèle aux mesures acquises en laboratoire.

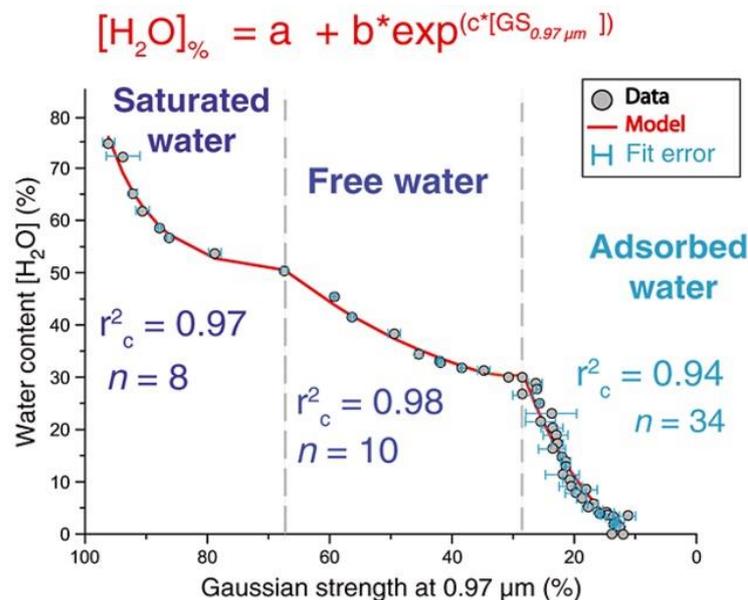


Fig. 2.9. Modèles exponentiels pour estimer la teneur en eau selon la procédure SD-MGM. L'abscisse représente l'estimation de la force d'absorption spécifique de l'eau liquide à 0,97 μm pour un échantillon de sédiments sablo-vaseux. L'ordonnée est la teneur en eau mesurée dans l'échantillon (Verpoorter et al., 2014). r^2_c est le coefficient de détermination et n le nombre de points pour chaque catégorie d'eau.

II.2.1.2 Les indices spectraux

Les indices spectraux sont des combinaisons de valeurs de réflectance mesurées à deux ou plusieurs longueurs d'onde, que l'on relie statistiquement à la teneur en eau d'un sol. Généralement, une des deux longueurs d'onde correspond à une région du spectre où la lumière est fortement absorbée et l'autre à une région du spectre où elle l'est peu. Par exemple, l'indice WISOIL est le rapport entre la réflectance mesurée à 1300 nm, bande spectrale très peu affectée par l'eau, et celle mesurée à 1450 nm, bande spectrale correspondant à un maximum d'absorption du rayonnement électromagnétique par l'eau (Whalley et al., 1991 ; Bryant et al.,

2003). Cependant, la deuxième longueur d'onde est située dans une bande d'absorption atmosphérique si bien que cet indice est difficilement utilisable en conditions réelles (Fig. 2.10).

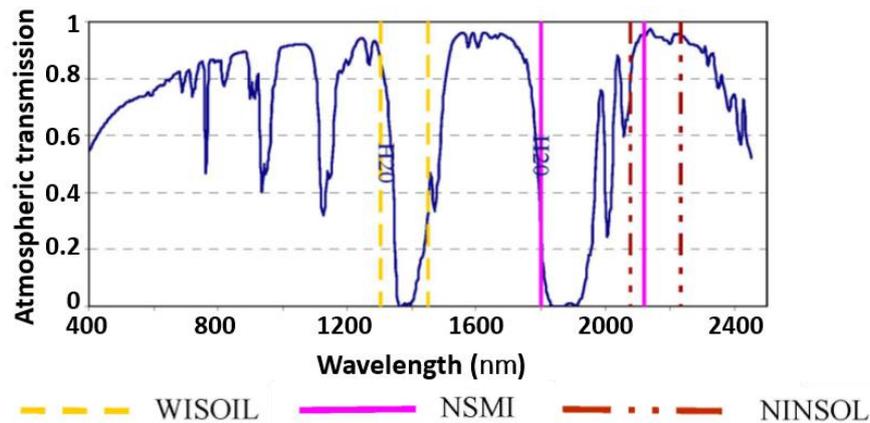


Fig. 2.10. Localisation des longueurs d'onde exploitées par les indices spectraux WISOIL, NSMI et NINSOL dans le diagramme de transmission atmosphérique (Fabre et al., 2015).

S'inspirant du NDVI, Haubrock et al. (2008) ont proposé l'indice NSMI (*Normalized Soil Moisture Index*) défini comme la différence normalisée des réflectances mesurées à deux longueurs d'onde :

$$NSMI = \frac{\rho(\lambda_1) - \rho(\lambda_2)}{\rho(\lambda_1) + \rho(\lambda_2)} \quad (2.2)$$

Les longueurs d'onde optimales ont été choisies grâce à une méthode de corrélation qui consiste à calculer la différence normalisée pour tous les couples de longueurs d'onde (λ_1, λ_2) sur le domaine spectral compris entre 400 nm et 2500 nm. Une régression linéaire est ensuite établie entre la valeur de l'indice et la teneur en eau du sol. Le coefficient de détermination r^2 correspondant à chaque couple de longueurs d'onde est alors représenté de façon matricielle sur un graphe (Fig. 2.11). Les longueurs d'onde sélectionnées sont $\lambda_1 = 1800$ nm et $\lambda_2 = 2119$ nm. Même si le NSMI est plutôt bien corrélé à la teneur en eau ($r^2 = 0,82$), les longueurs d'onde choisies et le lien entre SMC et NSMI dépendent du type du sol étudié. De plus, la deuxième bande se trouve sur les bords d'une bande d'absorption de la vapeur d'eau atmosphérique (Fig. 2.10). En fonction de la teneur en eau présente dans l'atmosphère pendant la mesure, les estimations de SMC pourraient être dégradées de manière critique.

La teneur en eau des sols nus ou de la végétation peut être restituée par d'autres indices simples qui ont donné lieu à de nombreux tests et comparaisons (Tableau 2.1). Par exemple Oltra-Carrió et al. (2015) et Fabre et al., 2015 ont étudié les indices WISOIL, NSMI, NINSOL et NINSON. Ils concluent à des résultats plutôt bons et comparables (RMSE ≈ 5 %), avec un léger avantage pour NINSOL et NINSON, deux indices utilisant des longueurs d'onde situées dans une fenêtre atmosphérique (Fig. 2.10). Dans la section III.5.1 nous reviendrons plus en détail sur la capacité et les performances de certains indices à estimer le SMC.

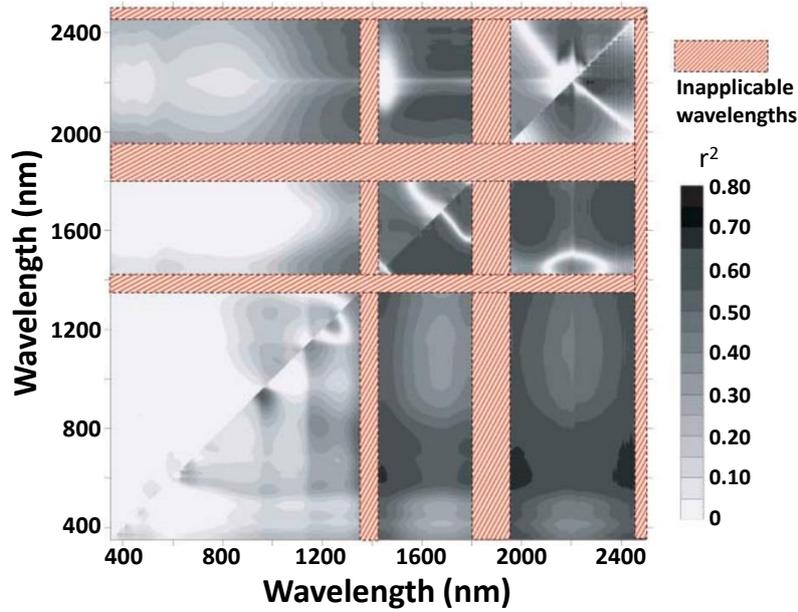


Fig. 2.11. Coefficients de détermination de la régression linéaire entre la teneur en eau gravimétrique (SMC_g) et l'indice NSMI pour deux types de sols (séparés par la diagonale) (Haubrock et al., 2008a).

Indice	Formule	Source	r^2 *
Moisture Stress Index (MSI)	$\frac{R_{1600}}{R_{820}}$	Hunt & Rock (1989)	0,72 – 0,95
<i>Normalized Soil Moisture Index (NSMI)</i>	$\frac{R_{1800} - R_{2119}}{R_{1800} + R_{2119}}$	Haubrock et al. (2008)	0,74
<i>Normalized Index of NSWIR domain for SMC estimation from Linear regression (NINSOL)</i>	$\frac{R_{2076} - R_{2230}}{R_{2076} + R_{2230}}$	Lesaignoux (2010)	0,87
<i>Normalized Index of NSWIR domain for SMC estimation from Non-linear regression (NINSON)</i>	$\frac{R_{2122} - R_{2230}}{R_{2122} + R_{2230}}$	Lesaignoux (2010)	0,85
Normalized Difference Water Index (NDWI)	$\frac{R_{860} - R_{1240}}{R_{860} + R_{1240}}$	Gao (1996)	0,60
<i>Shortwave Angle Slope Index (SASI)</i>	$\beta_{SWIR} \times \frac{R_{860}}{R_{1240}}$	Khanna et al. (2007)	0,89 – 0,94
Shortwave Infrared Water Stress Index (SIWSI)	$\frac{R_{860} - R_{1640}}{R_{860} + R_{1640}}$	Khanna et al. (2007)	0,82
Simple Ratio Water Index (SRWI)	$\frac{R_{860}}{R_R}$	Zarco-Tejada & Ustin (2001)	0,7
Water Index (WI)	$\frac{R_{900}}{R_{970}}$	Panuelas et al. (2007)	0,66
<i>Water Index SOIL (WISOIL)</i>	$\frac{R_{1450}}{R_{1300}}$	Whalley et al. (1991)	0,79

Tableau 2.1. Indices spectraux de la littérature. Les longueurs d'onde sont exprimées en nm. R_R est la réflectance dans le rouge et β_{SWIR} est l'angle formé au sommet de la longueur d'onde 1240 par les réflectances aux longueurs d'onde 860-1240-1640. En italique les indices développés pour estimer la teneur en eau des sols nus et en gras les indices que nous testerons dans la section III.5.1. * Le r^2 est obtenu en analysant le lien entre l'indice et le SMC.

II.2.1.3 Les fonctions mathématiques empiriques

Il est possible de définir des fonctions mathématiques empiriques reliant la réflectance du sol avec sa teneur en eau (Muller & Décamps, 2000 ; Liu et al., 2002 ; Lesaignoux et al., 2013). Par exemple, Lesaignoux et al. (2013) proposent un polynôme de degré deux ($r^2 > 90\%$) dans le domaine réflectif :

$$R_h(\lambda) = a_l(\lambda)SMC^2 + b_l(\lambda)SMC + c_l(\lambda) \quad (2.3)$$

avec R_h la réflectance du sol humide et a_l , b_l et c_l des coefficients dépendant de la classe de sol étudiée. Ils ont déterminé neuf classes de sols sur la base de la forme de leur signature spectrale à l'état sec (cf. section III.4.2.1). Selon les classes, les RMSE obtenus sont compris entre 2,1 % et 3,4 %. D'autres auteurs utilisent un modèle exponentiel (Muller & Décamps, 2000 ; Liu et al., 2002 ; Lobell & Asner, 2002 ; Kaleita et al., 2005). Ainsi Muller & Décamps (2000) modélisent la réflectance d'un sol humide $R_h(\lambda)$ à la longueur d'onde λ par la relation suivante :

$$R_h(\lambda) = R_s(\lambda)e^{a_s(\lambda)SMC} \quad (2.4)$$

avec $R_s(\lambda)$ la réflectance du sol sec et $a_s(\lambda)$ un facteur d'atténuation pour le sol s à la longueur d'onde λ . Ils obtiennent un RMSE compris entre 2,2 % et 6,4 % selon le type de sol étudié (sable, limon ou argile). Grâce à des mesures de laboratoire, Lobell & Asner (2002) ont déterminé pour chaque échantillon de sol les coefficients ajustant au mieux un modèle exponentiel (Duke & Guérif, 1998) liant l'humidité à la réflectance :

$$R(\lambda) = R_{sat}(\lambda) + (R_s(\lambda) - R_{sat}(\lambda)) \times e^{-c(\lambda) \times SMC_v} \quad (2.5)$$

avec $R_{sat}(\lambda)$ la réflectance du sol saturé en eau, $R_s(\lambda)$ la réflectance du sol sec, c le coefficient contrôlant la décroissance exponentielle due à l'humidité (sans unité). Le coefficient c est déterminé empiriquement à partir de mesures effectuées sur des sols de nature et d'humidité différentes. La même année, Liu et al. (2002) proposent de normaliser la réflectance spectrale d'un sol humide par celle du sol sec et de relier cette grandeur au contenu en eau du sol au moyen d'une loi empirique. Cette procédure de normalisation permet de minimiser les effets liés au type de sol, à la géométrie de l'échantillon et à la rugosité de surface. Ainsi le modèle suivant a été calibré avec des mesures de laboratoire sur des échantillons de sol tamisés :

$$R^* = R_h/R_s = a(\lambda) + (1 - a(\lambda)) \times e^{-b(\lambda).SMC} \quad (2.6)$$

avec R_h la réflectance du sol humide et R_s celle du sol sec. a et b sont deux paramètres empiriques dépendant de la longueur d'onde. Ce modèle a été modifié de sorte que $R^* = 1$ quand $SMC = 0$. Liu et al. (2002) ont étudié 10 sols et obtenu des RMSE compris entre 1,7 % et 3,4 %. Si tous les sols sont regroupés, le RMSE passe à 5,5 %. Ces fonctions mathématiques empiriques permettent de simuler la réflectance du sol en fonction

du SMC dans le domaine réflectif, mais elles ne permettent pas de comprendre les phénomènes physiques mis en jeu.

II.2.1.4 Méthodes basées sur l'espace triangulaire NIR-Red

Amani et al. (2016) ont développé deux nouveaux indices, TSMI et MTSMI, basés sur l'espace triangulaire NIR-Red (Fig. 2.4). Ils utilisent différents paramètres de ce triangle et testent leur corrélation directement avec la teneur en eau (Fig. 2.12). Quatre de ces paramètres fortement corrélés au SMC sont utilisés pour créer les indices. Ils obtiennent pour le TSMI la relation suivante :

$$TSMI = 10,6 \times d_o - 10,2 \times d_w + 1,2 \times d_D - 0,88 \quad (2.7)$$

avec d_o , d_w et d_D des paramètres de l'espace triangulaire NIR-Red (Fig. 2.12). Pour le MTSMI, ils ajoutent le paramètre F_s défini comme la fraction de l'image recouverte par des sols nus :

$$TSMI = 17,8 \times d_o - 17,2 \times d_w + 0,96 \times d_D - 0,97 \times F_s - 1 \quad (2.8)$$

Cette méthode est opérationnelle puisqu'elle s'applique au satellite Landsat-8 et qu'elle permet de retrouver la teneur en eau d'un sol partiellement recouvert par la végétation. Mais les résultats sont critiquables car les corrélations entre TSMI et MTSMI avec la teneur en eau mesurée sur le terrain sont faibles (respectivement 0,57 et 0,56). De plus les coefficients trouvés par Amani et al. (2016) pour ces deux indices dépendent de la zone étudiée.

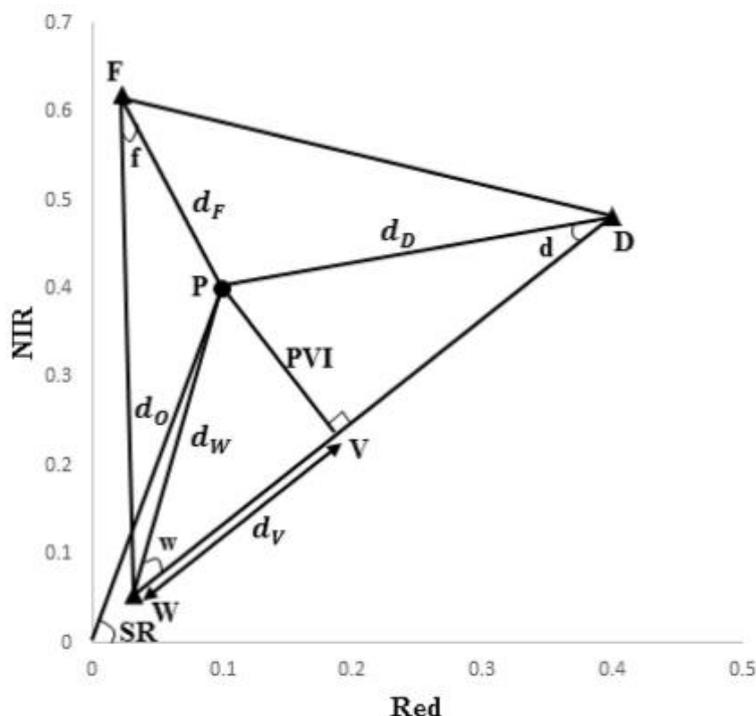


Fig. 2.12. Les dix paramètres de l'espace triangulaire NIR-Red utilisés pour l'estimation de SMC par Amani et al. (2016).

Enfin, [Sadeghi et al. \(2017\)](#) ont récemment développé le modèle OPTRAM (*OPTical TRAppezoid Model*) pour estimer le SMC. Ils utilisent pour cela la réflectance transformée dans le SWIR :

$$STR = \frac{(1 - R_{SWIR})^2}{2R_{SWIR}} \quad (2.9)$$

La STR est reliée linéairement à la teneur en eau par le modèle de [Sadeghi et al. \(2015\)](#) décrit dans la [section II.2.2.2](#) :

$$SMC = \frac{STR - STR_d}{STR_w - STR_d} \quad (2.10)$$

avec STR_d la réflectance transformée dans le SWIR quand le sol est sec et STR_w la réflectance transformée dans le SWIR quand le sol est humide. De plus la réflectance transformée dans le SWIR quand le sol est totalement sec ou totalement humide est reliée linéairement au NDVI par :

$$STR_d = i_d + s_d \times NDVI \quad (2.11)$$

$$STR_w = i_w + s_w \times NDVI \quad (2.12)$$

avec i_d et i_w les bords inférieur (sec) et supérieur (humide) du trapèze pour un sol nu, et s_w et s_d la différence entre le bord du trapèze respectivement pour un sol humide et sec et i_w et i_d ([Fig. 2.13](#)). En combinant les équations 2.10, 2.11 et 2.12 on trouve :

$$SMC = \frac{i_d + s_d \times NDVI - STR}{i_d - i_w + (s_d - s_w) \times NDVI} \quad (2.13)$$

Il suffit donc de mesurer la STR et de calculer le NDVI d'un pixel pour pouvoir le placer dans le trapèze et retrouver son SMC. Ce modèle, qui a été testé sur des mesures de laboratoire, estime le SMC avec une erreur moyenne de $0,05 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$.

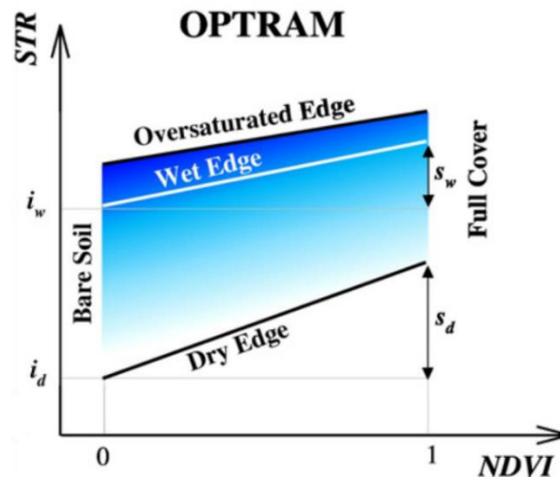


Fig. 2.13. Croquis illustrant les paramètres du modèle trapézoïdal optique (OPTRAM, équation 2.13). OPTRAM est paramétré en fonction de la distribution des pixels dans l'espace STR-NDVI, NDVI est l'indice de végétation à différence normalisée et STR est la réflectance transformée dans le SWIR (équation 2.9) ([Sadeghi et al., 2017](#)).

II.2.2 Méthodes physiques d'extraction du SMC

II.2.2.1 Le modèle de Bach

Selon [Bach & Mauser \(1994\)](#), deux phénomènes indépendants expliquent l'évolution de la réflectance spectrale d'un sol nu en fonction de sa teneur en eau dans le domaine réflectif : (1) les réflexions multiples dans la lame d'eau qui recouvre le sol sec ([Fig. 2.14](#)) et agissent comme un piège à lumière ([Ångström, 1925](#) ; [Lekner et Dorf, 1988](#)), avec pour effet de diminuer la réflectance du sol sur tout le spectre solaire ; (2) l'absorption des rayons lumineux par l'eau dans l'infrarouge qui diminue la réflectance à ces longueurs d'onde ([Fig. 2.1](#)).

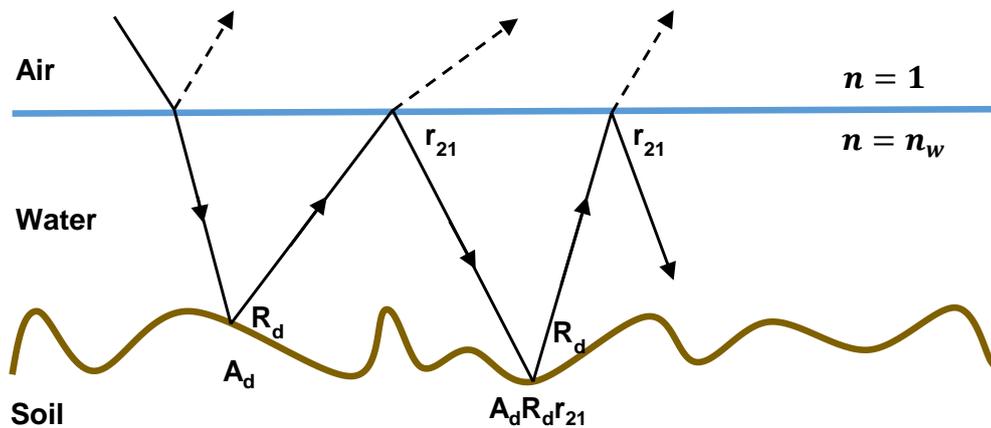


Fig. 2.14. Représentation du piège à lumière utilisé par [Bach & Mauser \(1994\)](#).

Pour prendre en compte la diminution de la réflectance, [Bach & Mauser \(1994\)](#) somment tous les termes d'absorption du sol sec : la première absorption est celle du sol sec (A_d), la deuxième celle du sol sec multipliée par la réflectance du sol sec (R_d) et la réflectance à l'interface eau-air (r_{21}) et ainsi de suite. On obtient alors l'absorptance du sol humide (A_w) :

$$A_w = A_d + A_d R_d r_{21} + A_d R_d^2 r_{21}^2 + \dots = A_d (1 + R_d r_{21} + R_d^2 r_{21}^2 + \dots) \quad (2.14)$$

L'expression entre parenthèses est une série géométrique de terme général $x = R_d r_{21}$ qui converge vers $\frac{1}{1-x}$ si $|x| < 1$, ce qui est le cas ici. L'équation 2.14 se simplifie :

$$A_w = \frac{A_d}{1 - r_{21} R_d} \quad (2.15)$$

Pour un milieu translucide, la loi de conservation de l'énergie stipule que $R + A + T = 1$, avec R , T et A la réflectance, la transmittance et l'absorptance du milieu. Si celui-ci est opaque, la transmittance T est nulle et donc $R = 1 - A$. La réflectance d'un sol humide est donc :

$$R_w = 1 - A_w = 1 - \frac{A_d}{1 - r_{21}R_d} \quad (2.16)$$

avec r_{21} la réflexion à l'interface entre l'eau et l'air calculée à partir des coefficients de Fresnel (Stern, 1964) (Annexes du chapitre II) :

$$r_{21} = 1 - \frac{1}{n_{eau}^2} (1 - r_{12}) \quad (2.17)$$

avec r_{12} la réflexion à l'interface entre l'air et l'eau intégrée sur un hémisphère :

$$r_{12} = \frac{3n^2 + 2n + 1}{3(n + 1)^2} - \frac{2n^3(n^2 + 2n - 1)}{(n^2 + 1)^2(n^2 - 1)} + \frac{n^2(n^2 + 1)}{(n^2 - 1)^2} \log n - \frac{n^2(n^2 - 1)^2}{(n^2 + 1)^2} \log \frac{n(n + 1)}{n - 1} \quad (2.18)$$

avec $n = n_2/n_1$, $n_2 > n_1$. Dans notre cas, n_2 est le coefficient de réfraction de l'eau ($n_2 = n_w$) et $n_1 = 1$ celui de l'air ($n_1 = n_a = 1$). Bach & Mauser (1994) calculent l'absorption du rayonnement par la lame d'eau grâce à une loi de Beer-Lambert (Fig. 2.15).

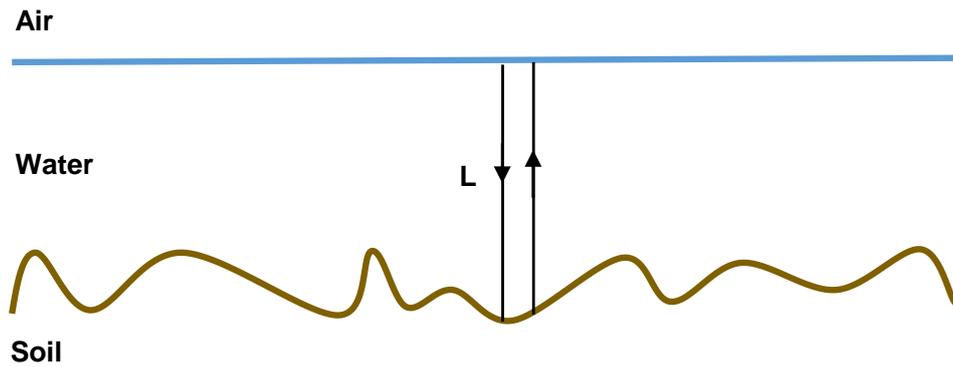


Fig. 2.15. Prise en compte de l'absorption du rayonnement par la lame d'eau selon Bach & Mauser (1994). L est l'épaisseur moyenne de la lame d'eau.

La réflectance du sol humide est donc

$$R_{w_2} = R_w e^{-\alpha_B(\lambda)2L} \quad (2.19)$$

Le facteur 2 signifie que le rayon fait un aller-retour dans la lame d'eau. Bach s'est aperçue que le modèle sous-estimait le spectre de réflectance du sol dans le pic d'absorption de l'eau à 1940 nm. Quelques années plus tard, Philpot (2010) fera le même constat. Pour pallier ce problème, Bach & Mauser (1994) déterminent empiriquement un coefficient d'absorption de l'eau qu'ils appellent « eau liée au sol » (Fig. 2.16) et qui permet d'améliorer l'ajustement dans le pic d'absorption de l'eau à 1940 nm.

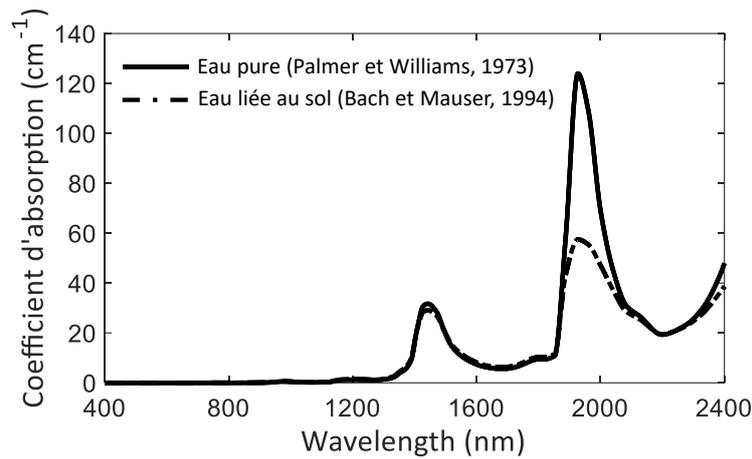


Fig. 2.16. Coefficient spécifique d'absorption de l'eau pure (Palmer & Williams, 1973) comparé à celui déterminé par Bach & Mauser (1994).

Enfin, Bach (1995) introduit un paramètre d'efficacité ε sensé décrire les hétérogénéités de surface qui surviennent au cours du dessèchement (ou de l'humidification) d'un sol. Alors que certaines zones sont déjà (ou encore) sèches, d'autres sont encore (ou déjà) humides (Fig. 2.17). Pour un sol humide Bach (1995) obtient donc comme réflectance de sol humide modélisée (R_{wB}) :

$$R_{wB} = \varepsilon \times R_{w_2} + (1 - \varepsilon) \times R_d \quad (2.20)$$

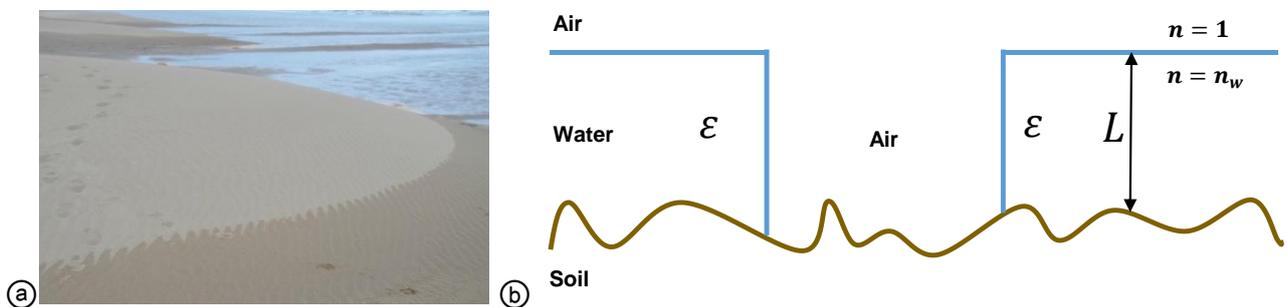


Fig. 2.17. (a) Photographie d'une plage en partie sèche et en partie mouillée et (b) Schéma expliquant le paramètre d'efficacité ε et la hauteur d'eau L .

Bach n'a jamais formalisé le paramètre d'efficacité ε introduit dans sa thèse (publiée en allemand) à travers une figure décrivant son évolution en fonction du SMC. On peut y voir que le paramètre n'est pas contraint et peut dépasser 1. Elle détermine L et ε pour chaque spectre en minimisant l'écart quadratique moyen (RMSE) entre les spectres mesuré et modélisé. Elle obtient ainsi un couple de solutions pour chaque teneur en eau de chaque sol. Après une calibration de la relation entre L et SMC, il est possible de retrouver la teneur en eau d'un sol (Fig. 2.18).

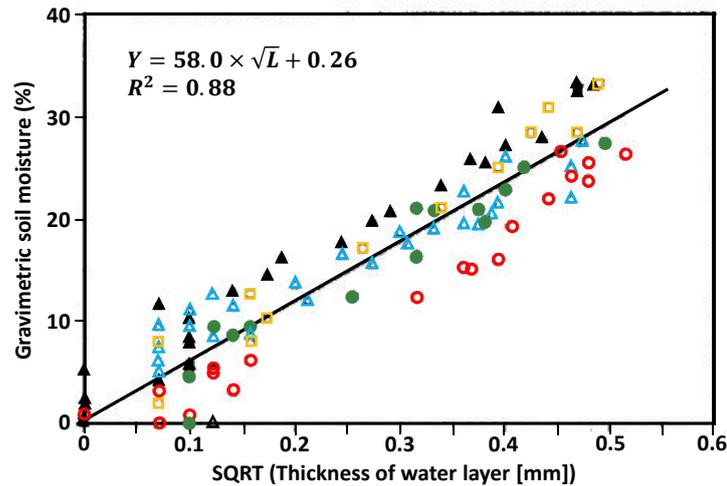


Fig. 2.18. Relation entre SMC et la racine carrée de la hauteur d'eau (d'après [Bach & Mauser, 1994](#)). Les symboles correspondent à différents échantillons.

[Bach \(1995\)](#) a testé son modèle sur des données de laboratoire et constaté que la relation dépendait du type de sol. En théorie, il suffit d'estimer L en inversant le modèle puis d'injecter sa valeur dans l'équation $SMC = 58,0 \times \sqrt{L} + 0,26$ pour estimer le SMC. Le coefficient de détermination entre SMC et \sqrt{L} est de 0,88 alors que les échantillons recouvrent l'ensemble du triangle des textures. Ce modèle permet à la fois de simuler la réflectance du sol en fonction de l'humidité et d'estimer cette humidité. Cela en fait un modèle très robuste tout en restant simple d'utilisation. Cependant, pour simuler le spectre de sol humide, la réflectance du sol sec est requise et pour estimer la teneur en eau une calibration préalable entre les variables SMC et L est nécessaire. Les estimations de SMC apportées par ce modèle seront discutées dans la [section III.5.2](#).

II.2.2.2 Le modèle de Sadeghi

[Sadeghi et al. \(2015\)](#) ont repris le modèle de Kubelka-Munk ([Kubelka & Munk, 1931](#)) qui décrit le transfert radiatif dans une couche absorbante et diffusante d'épaisseur d , en considérant un flux lumineux descendant $I(\lambda, z)$ et un flux lumineux montant $J(\lambda, z)$ perpendiculaires à la couche ([Fig. 2.19](#)).

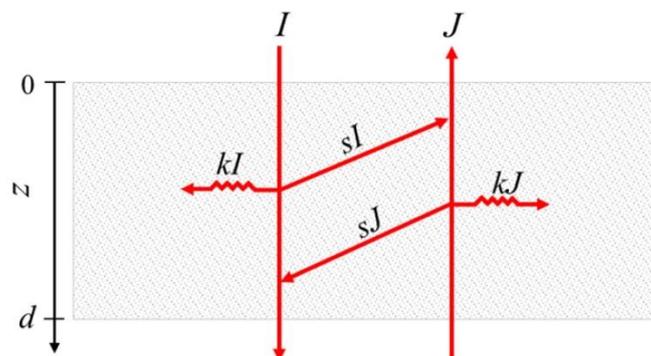


Fig. 2.19. Visualisation du modèle de Kubelka-Munk. I est le flux lumineux descendant, J le flux lumineux montant et k et s sont les coefficients d'absorption et de diffusion ([Ciani et al., 2005](#)).

Le modèle de Kubelka-Munk consiste en un système linéaire de deux équations différentielles décrivant la radiance à une profondeur z et à une longueur d'onde λ (Annexes du chapitre II) :

$$\begin{cases} \frac{dI}{dz} = -(k + s)I + sJ \\ \frac{dJ}{dz} = (k + s)J - sI \end{cases} \quad (2.21)$$

avec k et s les coefficients d'absorption et de diffusion du milieu [en m^{-1}]. La solution générale de ce système d'équations s'écrit (Annexes du chapitre II) :

$$I = I_0[u(1 - \beta)e^{\alpha z} + v(1 + \beta)e^{-\alpha z}] \quad (2.22)$$

$$J = I_0[u(1 + \beta)e^{\alpha z} + v(1 - \beta)e^{-\alpha z}] \quad (2.23)$$

avec $\alpha = \sqrt{k \times (k + 2s)}$, $\beta = \sqrt{k/(k + 2s)}$ et I_0 l'intensité lumineuse incidente. Les facteurs u et v dépendent des conditions aux limites : $I(\lambda, z = 0) = I_0(\lambda)$ et $J(\lambda, z = d) = 0$. En supposant qu'il n'y a pas de réflexion à $z = d$, on trouve pour u et v (Annexes du chapitre II) :

$$u = \frac{(\beta - 1)e^{-\alpha d}}{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (2.24)$$

$$v = \frac{(1 + \beta)e^{\alpha d}}{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (2.25)$$

$I(\lambda, z)$ et $J(\lambda, z)$ sont calculés grâce aux équations 2.22 et 2.23 si $I_0(\lambda)$, k , s et d sont connus et la réflectance R et la transmittance T se déduisent. En effet R n'est autre que le flux J à $z = 0$ divisé par le flux incident I_0 (Annexes du chapitre II) :

$$R = \frac{J(z = 0)}{I_0(\lambda)} = \frac{(1 - \beta^2)(e^{\alpha d} - e^{-\alpha d})}{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (2.26)$$

et T le flux I à $z = d$ divisé par le flux incident I_0 (Annexes du chapitre II) :

$$T = \frac{I(z = d)}{I_0(\lambda)} = \frac{4\beta}{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (2.27)$$

Sadeghi et al. (2015), qui s'intéressent à la réflectance d'un sol considéré comme un milieu semi-infini, font tendre d vers $+\infty$ et trouvent une solution simple pour R notée R_∞ (Annexes du chapitre II) :

$$R_\infty = \frac{(1 - \beta)}{(1 + \beta)} \quad (2.28)$$

En remplaçant β par son expression, R_∞ devient :

$$R_\infty = 1 + \frac{k}{s} - \sqrt{\left(\frac{k}{s}\right)^2 + \frac{k}{s}} \quad (2.29)$$

On retrouve la "fonction de Kubelka-Munk" bien connue ([Annexes du chapitre II](#)) :

$$r = \frac{k}{s} = \frac{(1 - R_\infty)^2}{2R_\infty} \quad (2.30)$$

Ainsi la réflectance est reliée à k et s . Cette fonction de Kubelka-Munk est utilisée pour évaluer le spectre de réflectance diffuse du milieu considéré ([Ciani et al., 2005](#)). [Sadeghi et al. \(2015\)](#) supposent que les coefficients d'absorption et de diffusion d'un milieu sont la somme des coefficients d'absorption et de diffusion de chacun des constituants pondérés par leur proportion respective ([Barrón & Torrent, 1986](#) ; [Ciani et al., 2005](#)). On peut alors écrire que :

$$k = k_{solide}(1 - \theta_s) + k_{eau}\theta + k_{air}(\theta_s - \theta) \quad (2.31)$$

$$s = s_{solide}(1 - \theta_s) + s_{eau}\theta + s_{air}(\theta_s - \theta) \quad (2.32)$$

avec θ le contenu en eau volumétrique [en $\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$], θ_s le contenu en eau volumétrique pour le sol saturé [en $\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$] considéré comme étant égal à la porosité du sol, les indices indiquant les constituants. En supposant que k_{air} et s_{air} sont négligeables et en notant k_d et s_d les coefficients d'absorption et de diffusion du sol sec ($\theta = 0$) respectivement, les équations 2.31 et 2.32 s'écrivent :

$$k = k_d + k_{eau}\theta \quad (2.33)$$

$$s = s_d + s_{eau}\theta \quad (2.34)$$

En injectant ces deux équations dans l'équation 2.30, on peut relier la réflectance de surface à la teneur en eau volumétrique du sol et aux propriétés optiques du sol sec et de l'eau dans le sol :

$$\frac{k}{s} = \frac{(1 - R_\infty)^2}{2R_\infty} = \frac{k_d + k_{eau}\theta}{s_d + s_{eau}\theta} \quad (2.35)$$

Les propriétés optiques de l'eau pure sont connues, mais celles de l'eau dans le sol peuvent être différentes si elle contient des particules minérales ou organiques ([Philpot, 2010](#)). Pour pallier cette difficulté, [Sadeghi et al. \(2015\)](#) expriment k_{eau} et s_{eau} en fonction de k_s et de s_s les propriétés optiques du sol saturé en eau, de θ_s le contenu en eau quand le sol est saturé et de k_d et s_d en se basant sur les équations 2.33 et 2.34 :

$$k_s = k_d + k_{eau}\theta_s \Leftrightarrow k_{eau} = \frac{k_s - k_d}{\theta_s} \quad (2.36)$$

$$s_s = s_d + s_{eau}\theta_s \Leftrightarrow s_{eau} = \frac{s_s - s_d}{\theta_s} \quad (2.37)$$

Ainsi en injectant les équations 2.36 et 2.37 dans l'équation 2.35 on obtient :

$$r = \frac{k_d \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + k_s \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)}{s_d \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + s_s \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)} \quad (2.38)$$

On voit que les propriétés optiques de l'eau ont disparu et que seules celles du sol sec (k_d et s_d) et du sol saturé en eau (k_s et s_s) subsistent. Les coefficients d'absorption et de diffusion sont directement mesurables sur des échantillons à l'aide, par exemple, de la méthode de dilution (Ciani et al., 2005). Toutefois un algorithme plus pratique peut être obtenu en réécrivant l'équation 2.38 à l'aide du rapport k/s qui est directement relié à la réflectance via l'équation 2.30 (Annexes du chapitre II) :

$$r = \frac{\sigma r_d \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + r_s \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)}{\sigma \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)} \quad (2.39)$$

avec

$$r_d = \frac{k_d}{s_d} = \frac{(1 - R_d)^2}{2R_d} \quad (2.40)$$

$$r_s = \frac{k_s}{s_s} = \frac{(1 - R_s)^2}{2R_s} \quad (2.41)$$

$$\sigma = \frac{s_d}{s_s} = \frac{s_d}{s_d + s_{eau}\theta_s} \quad (2.42)$$

L'équation 2.39 est similaire à l'équation 2.38. R_d et R_s sont respectivement la réflectance du sol sec et du sol saturé. L'avantage de l'équation 2.39 est que les paramètres r_d et r_s sont déterminés par télédétection via les équations 2.40 et 2.41 donc sans avoir à mesurer les coefficients d'absorption et de diffusion. Le paramètre σ donné par l'équation 2.42 sert de paramètre de concavité de la fonction $r(\theta)$, il est compris entre 0 et 1 et il fournit le rapport de la force de diffusion entre sol sec et sol saturé. Enfin l'équation 2.39 est résolue explicitement pour retrouver la teneur en eau d'un sol par télédétection (Annexes du chapitre II):

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \frac{\sigma(r - r_d)}{r_s - r + \sigma(r - r_d)} \quad (2.43)$$

Si σ est proche de 1, c'est-à-dire si le coefficient de diffusion de l'eau est négligeable par rapport à celui du sol sec, ce qui est le cas aux longueurs d'onde de forte absorption du rayonnement électromagnétique par l'eau, alors on obtient la relation suivante :

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \frac{r - r_d}{r_s - r_d} \quad (2.44)$$

Ce modèle permet donc de retrouver théoriquement la teneur en eau d'un sol par télédétection. [Sadeghi et al. \(2015\)](#) ont utilisé des données de laboratoire pour valider leur modèle. Les RMSE obtenus sur les sols pris séparément sont très faibles ($0,5 \% \leq \text{RMSE} \leq 3,6 \%$) ; si on réunit une trentaine d'échantillons, il est plus important ($6,7 \% \leq \text{RMSE} \leq 7,7 \%$). Le principal problème est qu'il faut connaître les réflectances transformées du sol sec r_d et du sol saturé en eau r_s . Dans leur article, [Sadeghi et al. \(2015\)](#) les déterminent par inversion de modèle. La force de ce modèle réside dans sa simplicité mais il ne permet pas de simuler le spectre de réflectance d'un sol sur tout le domaine réflectif et la restitution de la teneur en eau dépend du choix des longueurs d'onde. Les estimations de SMC apportées par ce modèle seront discutées dans la [section III.5.2](#).

II.2.2.3 Modèle de lancer de rayons

[Kimmel & Baranoski \(2007\)](#) simulent le spectre de réflectance et la BRDF d'un sable à l'aide d'un modèle de lancer de rayons appelé SPLITS (*SPectral LIght Transport model for Sand*). Les grains de sable sont distribués aléatoirement dans un demi-plan en dessous d'une ligne horizontale représentant la surface du sol ([Fig. 2.20](#)).

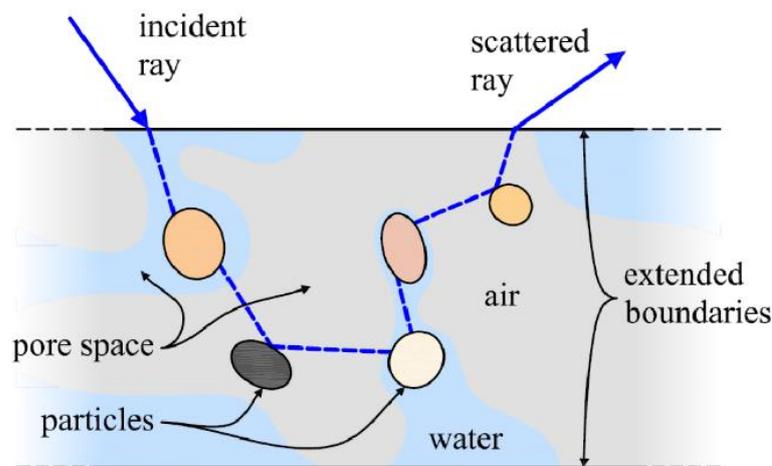


Fig. 2.20. Représentation du sable modélisé ([Kimmel & Baranoski, 2007](#)).

Les particules de sable sont des ellipses définies par leur sphéricité :

$$\psi = \sqrt{a/c} \quad (2.45)$$

avec a le demi-petit axe de l'ellipse et c le demi-grand axe. Elles sont constituées de minéraux fréquemment observés dans ce type de milieu : quartz, hématite, goethite et magnétite. Les pores sont un mélange d'air et d'eau. La propagation de la lumière dans le modèle est décrite à l'aide de l'optique géométrique. Son

implémentation combine des techniques de lancer de rayon et des méthodes de Monte-Carlo standards. De nombreux paramètres sont nécessaires pour exécuter ce modèle : densité, indice de réfraction des constituants du sol (eau, quartz, hématite goethite, magnétite...), proportion de ces constituants ou encore porosité du sol. L'algorithme utilisé par SPLITS est décrit dans la Fig. 2.21. Cette méthode modélise le spectre de réflectance d'un sol sableux grâce à un modèle physique très robuste. Mais la puissance de calcul requise est importante et cette méthode ne permet pas d'estimer le SMC quantitativement.

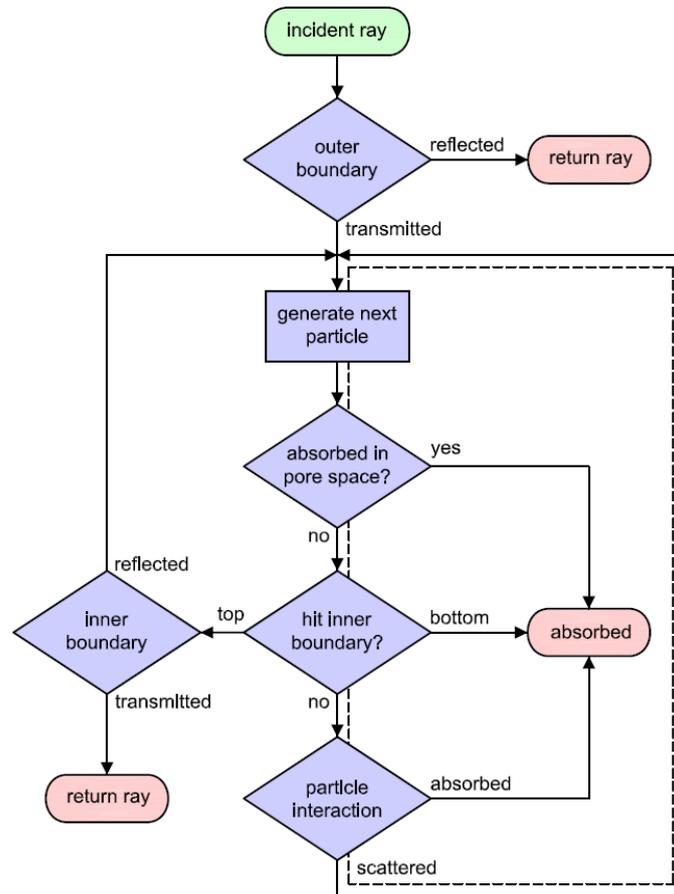


Fig. 2.21. Organigramme décrivant l'algorithme de transport de lumière utilisé par le modèle SPLITS.

II.2.2.4 Autres modèles

Somers et al. (2010) s'inspirent du modèle d'Angström (1925) et des travaux de Bach & Mauser (1994) pour écrire :

$$\frac{R_h}{R_d} = \frac{1}{n_w^2 \times (1 - R_d) + R_d} \times e^{-\alpha_\lambda 2L} \quad (2.46)$$

avec α_λ le coefficient d'absorption de l'eau pure et L la hauteur d'eau. Planet (1970) ayant suggéré qu'un sol surmonté d'une fine pellicule d'eau voyait son indice de réfraction changer, Somers et al. (2010) ont pris en compte ce changement à l'aide d'un facteur correctif b :

$$\frac{R_h}{R_d} = \frac{1}{(b \times n_w^2) \times (1 - R_d) + R_d} \times e^{-\alpha_\lambda 2L} \quad (2.47)$$

Les spectres de réflectance modélisés s'ajustent alors plutôt bien aux mesures ($r^2 = 0,82$). Nous pouvons aussi citer le modèle de [Philpot \(2010\)](#) qui suppose qu'une partie du rayon incident est réfléchié directement par la lame d'eau (chemin A) alors que l'autre partie est réfléchié par les grains du sol avant de repartir (chemin B) ([Fig. 2.22](#)). Le chemin A correspondrait alors à une réflexion spéculaire et le chemin B à une réflexion diffuse.

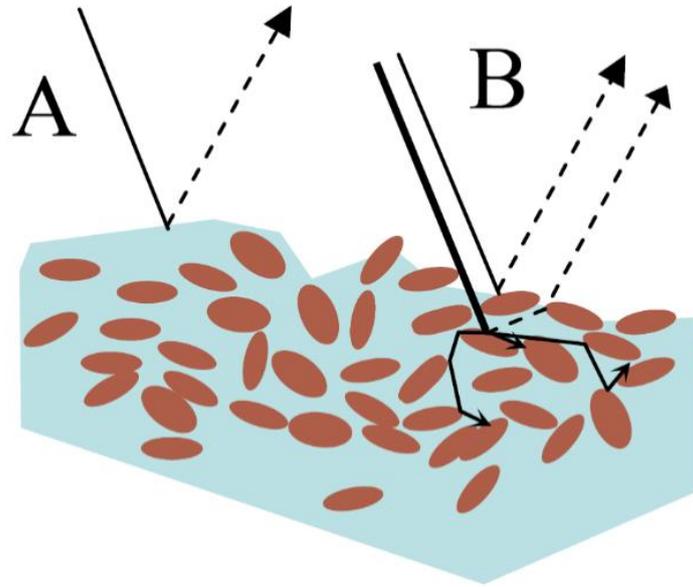


Fig. 2.22. Illustration du modèle de [Philpot \(2010\)](#).

Il écrit donc la réflectance comme étant la somme de ces deux fractions d'énergie :

$$R = f_w \rho_w + (1 - f_w) \rho_s e^{d\alpha_w} \quad (2.48)$$

avec ρ_w la réflexion de l'eau en surface, ρ_s la réflectance des grains du sol, α_w le coefficient d'absorption de l'eau liquide [en cm^{-1}] ([Pope & Fry, 1997](#)), d le chemin optique moyen emprunté par la lumière [en cm] et f_w la fraction d'énergie incidente directement renvoyée par l'eau. En considérant un rayonnement incident perpendiculaire au sol, [Philpot \(2010\)](#) écrit :

$$\rho_w \approx \left(\frac{n_w - n_a}{n_w + n_a} \right)^2 \approx \left(\frac{n_w - 1}{n_w + 1} \right)^2 \quad (2.49)$$

où n_w est l'indice de réfraction de l'eau ($\approx 1,33$) et n_a celui de l'air (≈ 1). Il retrouve f_w et d par inversion. Il arrive à la même conclusion que [Bach & Mauser \(1994\)](#), à savoir que le coefficient d'absorption de l'eau pure ne convient pas pour certains sols. Sa conclusion est que l'eau déposée sur le sol est un mélange eau-

particules de sol. L'avantage de ce modèle est que l'ajustement est visuellement très bon (aucun outil mathématique n'a été utilisé dans l'article de [Philpot \(2010\)](#) pour analyser les performances). Le principal inconvénient de ce modèle est qu'il ne permet pas, en l'état, de retrouver la teneur en eau d'un sol.

Synthèse du chapitre II

Plusieurs méthodes statistiques ou semi-empiriques permettent de retrouver le SMC. Si elles sont utilisées sol par sol, les RMSE sont généralement deux fois plus faibles que si elles sont utilisées sur plusieurs sols à la fois. Les indices sont très simples d'utilisation et permettent une bonne restitution du SMC alors que les méthodes basées sur des fonctions mathématiques sont intéressantes car elles permettent de modéliser le spectre et de retrouver l'information sur l'humidité. Afin de bien comprendre et de restituer les phénomènes physiques mis en jeu, nous avons décidé de développer un modèle physique. Le modèle de Sadeghi est très intéressant et donne de bonnes estimations de la teneur en eau ([Sadeghi et al., 2015](#)) mais il ne permet pas de simuler un spectre complet et la restitution de la teneur en eau dépend de la longueur d'onde utilisée. Le modèle de Bach ([Bach & Mauser, 1994](#) ; [Bach, 1995](#)) permet non seulement de simuler le spectre sur le domaine réfléchissant mais aussi d'estimer le SMC assez précisément à l'aide d'équations de calibration. Cependant il pose beaucoup de questions : (1) pourquoi la transmission du rayon incident de l'air à l'eau est-elle toujours totale ? Ce n'est pas le cas, même pour une illumination verticale, et plus l'angle d'incidence de la lumière est important, plus elle est faible. (2) Pourquoi Bach sépare-t-elle les réflexions multiples à l'intérieur de la lame d'eau et l'absorption de l'eau ([Figs 2.14 et 2.15](#)) ? On pourrait imaginer un modèle qui prend directement en compte la transmission de la lumière à travers la lame d'eau. (3) Pourquoi Bach travaille-t-elle en absorptance pour ensuite passer en réflectance ? (4) Pourquoi les valeurs de l'efficacité peuvent-elles être supérieures à 1 ? (5) Comment Bach justifie-t-elle son coefficient d'absorption de l'eau liée au sol ? Toutes ces interrogations et le fait que le modèle de Bach ait été très peu utilisé au cours des vingt dernières années, alors qu'il semblait prometteur, nous ont poussés à développer un nouveau modèle de transfert radiatif inspiré de ceux d'Angström, de Lekner et Dorf et de Bach.

Chapitre III

MARMIT – Multilayer radiative transfer model of soil reflectance

Comme dans les modèles d'Angström, de Lekner & Dorf et de Bach, le modèle de transfert radiatif MARMIT (*multilayer radiative transfer model of soil reflectance*) représente un sol humide comme un sol sec recouvert d'une fine lame d'eau. Ce chapitre est axé autour de cinq parties : (1) description complète du modèle MARMIT ; (2) présentation de la base de données utilisée pour tester le modèle ; (3) résultats d'ajustement du modèle aux données ; (4) estimation du SMC à l'aide d'une nouvelle méthode appelée MARMITforSMC ; (5) comparaison de MARMITforSMC avec les résultats obtenus par d'autres méthodes publiées dans la littérature.

III.1 Description du modèle

Le modèle MARMIT (Fig. 3.1) assimile un sol humide à un sol sec recouvert d'une fine pellicule d'eau. Une telle approche est une vision simplifiée de la réalité, la géométrie du film d'eau sur le sol étant bien plus complexe (Tuller et al., 1999). Ce modèle est le résultat d'améliorations du modèle de Bach (section II.2.2.1). Dans MARMIT, un terme de transmission t_{12} entre le milieu 1 (air) et le milieu 2 (eau) est ajouté. La transmission de la lumière à travers la lame d'eau est directement prise en compte grâce à l'ajout de la transmission de la lumière T_w dans le trajet moyen du rayon lumineux dans le piège à lumière d'Angström. Ce terme est calculé par une loi de Beer-Lambert. Enfin, nous travaillons directement en réflectance, c'est-à-dire que les réflectances multiples à la surface de la lame d'eau sont sommées.

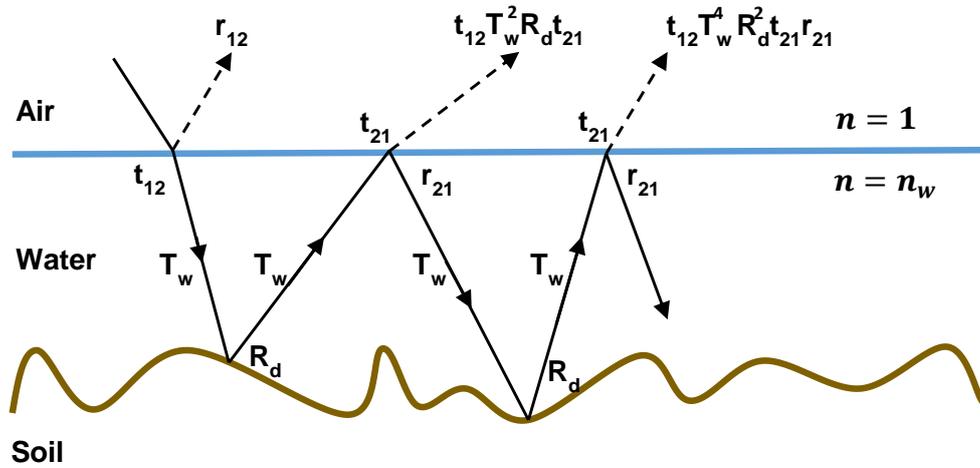


Fig. 3.1. Schéma montrant une couche mince d'eau liquide sur une surface rugueuse. Le milieu 1 est l'air et le milieu 2 est l'eau. r_{ij} et t_{ij} sont la réflexion et la transmission à l'interface entre les milieux i et j , T_w est la transmission moyenne de la couche d'eau, R_d la réflectance du sol sec. n_w est l'indice de réfraction de l'eau, celui de l'air est supposé égal à 1. Toutes ces grandeurs physiques dépendent de la longueur d'onde.

En sommant toutes les réflectances à la surface de l'eau, on obtient la réflectance totale du sol humide (R_w)

:

$$R_w = r_{12} + \frac{t_{12}t_{21}R_dT_w^2}{1 - r_{21}R_dT_w^2} \quad (3.1)$$

avec t_{12} la moyenne des transmissions polarisées horizontalement et verticalement entre l'air et l'eau, t_{21} la transmission et r_{21} la réflexion à l'interface entre l'eau et l'air, R_d la réflectance du sol sec et $T_w = e^{-\alpha(\lambda)L}$ la transmittance moyenne de la lame d'eau. Le coefficient t_{12} est calculé par les coefficients de Fresnel pour un angle d'incidence θ donné :

$$t_{12} = \frac{1}{2}(t_s + t_p) \quad (3.2)$$

avec

$$t_s(x, n) = \frac{4\sqrt{1-x} \times \sqrt{n^2-x}}{[\sqrt{1-x} + \sqrt{n^2-x}]^2} \quad (3.3)$$

$$t_p(x, n) = \frac{4n^2\sqrt{1-x} \times \sqrt{n^2-x}}{[n^2\sqrt{1-x} + \sqrt{n^2-x}]^2} \quad (3.4)$$

et $x = \sin^2\theta$. t_{21} et r_{21} sont calculés par les coefficients de Fresnel intégrés sur un hémisphère (équation 2.17). Comme notre démarche consiste à comprendre les phénomènes physiques mis en jeu, nous avons décidé d'utiliser le coefficient d'absorption spécifique de l'eau pure (Palmer & Williams, 1973) et non pas celui empirique proposé par Bach. Comme pour le modèle de Bach nous faisons intervenir un terme d'efficacité ε ($0 \leq \varepsilon \leq 1$). La réflectance modélisée par MARMIT (R_M) devient donc :

$$R_M = \varepsilon \times R_w + (1 - \varepsilon) \times R_d \quad (3.5)$$

III.2 Description des jeux de données

La capacité du modèle MARMIT à simuler l'allure des spectres et à estimer la teneur en eau d'un sol a été testée sur une base de données regroupant six jeux de données indépendants issus de la littérature, plus un jeu de données généré lors de cette thèse. Par ordre de publication, il s'agit de Lob02 (Lobell & Asner, 2002), Liu02 (Liu et al., 2002, 2003), Whit04 (Whiting, 2004; Whiting et al., 2004), Les08 (Lesaignoux, 2010; Lesaignoux et al., 2013; Fabre et al., 2015), Mar12 (Marcq, 2012), Phil14 (Tian & Philpot, 2015a,b) et Bab16 (cette thèse). Nous disposons au total de 217 échantillons de sols. Dans un premier temps, nous présenterons chaque jeu de données en détaillant le protocole de Bab16. Les jeux de données ont pour la plupart été directement fournis par leurs auteurs et ont donné lieu à une ou plusieurs publications scientifiques. Par ordre d'ancienneté, il s'agit de :

- **Lob02** (Lobell & Asner, 2002). Ce jeu de données regroupe quatre sols de minéralogies différentes (Tableau 3.1) : un aridisol prélevé dans le désert de Chihuahuan au Nouveau Mexique, qui présente un très faible taux de matière organique (0,19 %), une densité importante (1,54 g cm⁻³) et une faible porosité (42 %) ; un andisol prélevé dans une forêt de conifères de l'Oregon, qui présente une concentration élevée en matière organique (3,69 %) et une porosité moyenne (58 %) ; deux sols prélevés dans le nord du Texas, dont un mollisol ayant un très fort taux de matière organique (5,58 %) et une porosité importante (76 %) et un entisol ayant un faible taux de matière organique (0,57 %), une densité importante (1,34 g cm⁻³) et une porosité moyenne (50 %). Les spectres de réflectance ont été acquis à l'aide d'un spectroradiomètre ASD équipé d'un objectif de 25° d'ouverture et placé au nadir à 4 cm au-dessus du sol, ce qui correspond à un champ de vue circulaire de 1,8 cm de diamètre. La source lumineuse éclaire la cible avec un angle zénithal d'éclairement de 15°. Les échantillons de

sol font 1 cm d'épaisseur et 5 cm de diamètre. Ils ont été humidifiés jusqu'à saturation puis graduellement asséchés dans une étuve. La teneur en matière organique a été mesurée par pesée avant et après combustion des échantillons. La densité des sols a été déterminée en pesant les sols dans un volume de 5,0 ml.

Sol	Location	Densité (g cm ⁻³)	Porosité (%)	Matière organique (%)
<i>Argic aridisol</i>	Nouveau Mexique	1,54	42	0,19
<i>Xeric Andisol</i>	Oregon	1,12	58	3,69
<i>Ustic Mollisol</i>	Texas	0,64	76	5,58
<i>Aridic Entisol</i>	Texas	1,35	49	0,53

Tableau 3.1. Caractéristiques des sols de la base de données Lob02.

- **Liu02** (Liu et al., 2002, 2003). Ce jeu de données regroupe quatre-vingt-douze échantillons de sols prélevés en France et couvrant le triangle des textures. Les spectres de réflectance ont été acquis pour plusieurs angles d'éclairement et de visée à l'aide d'un spectroradiomètre ASD FieldSpec Pro FR équipé d'un objectif de 8° d'ouverture. Les configurations d'acquisition sont regroupées dans le **Tableau 3.2**. Afin de se placer dans des configurations similaires aux autres jeux de données, nous avons utilisé les mesures acquises au nadir, à une distance de 40 cm de l'échantillon, pour un angle d'éclairement de 15°. Cela correspond à une surface de visée circulaire de 3,70 cm de diamètre. La lampe halogène de 600 W est placée à 70 cm de l'échantillon. Les sols ont été humidifiés jusqu'à saturation puis ils ont été graduellement asséchés dans un four. La densité mesurée en laboratoire varie entre 0,98 et 1,88 g cm⁻³.

		Angle zénithal de visée (θ_v)						
		Direction avant			Direction arrière			
		-45°	-30°	-15°	0°	15°	30°	45°
Angle zénithal d'éclairement (θ_L)	0°	×	×	×		×		
	15°	×	×	S	X		×	
	30°	×	S	×	×	×		×
	45°	S	×	×	×	×	×	
	60°	×	×	×	×	×	×	×

Tableau 3.2. Configuration de mesure de la base de données Liu02. Les cas correspondant à une réflexion spéculaire sont signalés par la lettre S. La lettre X représente la configuration que nous avons utilisée.

- **Whit04** (Whiting, 2004 ; Whiting et al., 2004). Ce jeu de données regroupe trente sols provenant à part égale de deux sites : Tomelloso (Espagne) et Lemoore (Californie). Deux échantillons ont été prélevés pour chaque sol donc cette base de données contient 60 échantillons. Les sols de Tomelloso présentent une forte concentration en carbonate de calcium (CaCO₃) comprise entre 37 % et 75 %. Ceux de Lemoore sont un mélange de deux argiles, l'illite et la montmorillonite. La teneur en matière organique de ces sols est faible (1 % à 2 %). Les spectres ont été acquis en laboratoire grâce au spectrophotomètre Cary 5E équipé d'une sphère intégrante. Le détecteur est au nadir et la source lumineuse à 15°. Les sols ont été humidifiés jusqu'à saturation puis asséchés à l'air libre.

- **Les08** (Lesaignoux, 2010 ; Lesaignoux et al., 2013 ; Fabre et al., 2015). Ce jeu de données regroupe trente-deux sols prélevés sur huit sites du sud de la France. Ils couvrent une large gamme de couleurs et de textures. Les spectres de réflectance ont été mesurés grâce à un spectroradiomètre ASD FieldSpec Pro FR équipé d'un objectif de 10° d'ouverture et placé à une distance de 19,4 cm de l'échantillon. Le champ de vue correspond à un cercle de 3,4 cm de diamètre. Une lampe reproduisant le spectre solaire a été placée à un angle zénithal d'éclairage de 15°. Les sols ont été humidifiés jusqu'à saturation puis ont été graduellement asséchés dans un four.
- **Mar12** (Marcq, 2012). Ce jeu de données regroupe six sols prélevés dans la région de Reims. La réflectance a été mesurée en laboratoire grâce à un spectroradiomètre ASD FieldSpec 3. La zone visée correspondait à un cercle de 7-8 cm de diamètre. Les échantillons étaient éclairés par une lampe placée à 25° par rapport au nadir. Les sols secs ont été humidifiés à l'aide d'un vaporisateur. Pour trois sols, deux échantillons ont été constitués et les sols ont été placés dans des plats à tarte de 25 cm de diamètre. Il s'agit du jeu de données le plus exotique de notre base de données.
- **Phil14** (Tian & Philpot, 2015a,b). Ce jeu de données regroupe trois sols dont la taille des particules, la densité, la couleur et la composition chimique varient (Tableau 3.3) : un sable blanc de densité 1,44 g cm⁻³, un sable foncé de densité 1,53 g cm⁻³ et un limon de densité 0,95 g cm⁻³. Ce dernier présente une teneur en matière organique élevée. Les échantillons étaient placés dans des boîtes de Petri de 1,2 cm d'épaisseur et 5 cm de diamètre. Un spectromètre ASD FieldSpec équipé d'un objectif de 8° d'ouverture et placé au nadir à 18 cm des échantillons a été utilisé. La particularité de ce jeu de données est qu'un grand nombre de spectres de réflectance (entre 97 et 205) ont été acquis pour chaque échantillon de sol.

Caractéristiques	Sol		
	Sable de quartz	Sable de Masonry	Limon d'Ithaca
Sable	100 %	93,7 %	3,8 %
Limon	0 %	4,4 %	77,0 %
Argile	0 %	1,9 %	19,2 %
Texture	Sable grossier	Sable	Terre limoneuse
Matière organique	0 %	0,2 %	5,3 %
Densité apparente sèche	1,44 g.cm ⁻³	1,53 g.cm ⁻³	0,95 g.cm ⁻³

Tableau 3.3. Caractéristiques des sols de la base de données Phil14.

- **Bab16.** Ce jeu de données qui regroupe dix-sept sols provenant d'Occitanie, d'Île de France et de Tunisie présente une grande variété de textures et de couleurs. Il a été créé dans le cadre de cette thèse afin d'étoffer les données texturales de notre base de données. Les résidus de bois, de racines ou les petits cailloux ont été préalablement retirés à la main, puis les sols ont été tamisés à l'aide d'un tamis 2 mm et versés dans une boîte de Petri ($\varnothing = 5$ cm et h = 1 cm). Les sols ont été humidifiés jusqu'à saturation puis graduellement asséchés dans un four à 60°C. Les échantillons étaient éclairés par une lampe halogène formant un angle de 15° par rapport à la verticale. La réflectance a été mesurée grâce

à un spectroradiomètre ASD FieldSpec 3 HR équipé d'un objectif de 8° d'ouverture. Le radiomètre étant placé à 24 cm de l'échantillon, la tache de mesure est un disque de 3,35 cm de diamètre. Ses caractéristiques radiométriques sont résumées dans le [Tableau 3.4](#).

Domaine spectral	350-2500 nm
Echantillonnage spectral	1,4 nm entre 350 et 1050 nm 2 nm entre 1,05 et 2000 nm
Résolution spectrale	3 nm à 700 nm 10 nm à 1400 nm 12 nm à 2100 nm

Tableau 3.4. Principales caractéristiques du spectroradiomètre ASD utilisé.

Le dispositif est schématisé dans la [Fig. 3.2](#). Les boîtes de Petri étaient posées sur un support en plastique rigide et leur emplacement repéré par une croix. L'ensemble est recouvert d'un drap noir afin de réduire le bruit environnemental et les réflexions parasites. Le dispositif est immobile pendant toute la durée de l'expérience. Les échantillons sont humidifiés jusqu'à saturation puis pesés avant de procéder à une mesure de luminance. Chaque mesure de luminance est la moyenne de 80 spectres acquis en changeant l'orientation de l'échantillon. Une orientation correspond à la moyenne de 20 spectres et 4 orientations décalées de 90° ont été utilisées afin de limiter l'impact de la variabilité spatiale de l'échantillon ([Lesaignoux, 2010](#)). L'échantillon est placé dans une étuve à 60°C pendant trente minutes afin de l'assécher rapidement. Pour les mesures ultérieures, la durée de séchage est réduite à environ 15 minutes. En effet, plus le sol est sec et plus il s'assèche rapidement ([Verpoorter et al., 2014](#)).

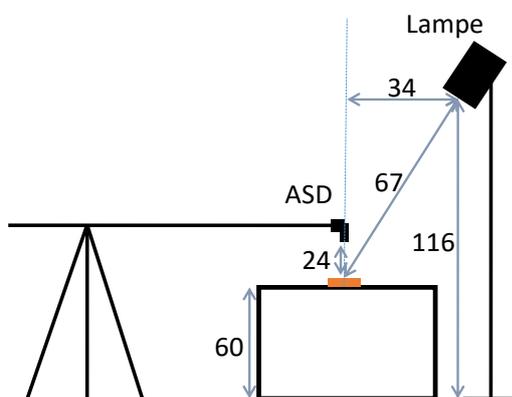


Fig. 3.2. Dispositif expérimental mis en place pour l'acquisition du jeu de données Bab16.

Il est aussi possible de faire sécher les échantillons à l'air libre ([Whiting, 2004](#)) ou d'utiliser un four à micro-ondes ([Bach & Mauser, 1994](#)). Mais le séchage à l'air libre prend beaucoup de temps et le séchage au four à micro-onde peut altérer la nature de l'échantillon en brûlant certains constituants organiques le composant. Le chauffage au four est donc un bon compromis, bien qu'il soit difficile d'éviter la fissuration des sols argileux. Comme dans les travaux de [Lesaignoux \(2010\)](#), entre six et huit spectres de luminance du sol à différents niveaux d'humidité ont été acquis lors de nos expériences.

La dernière mesure est réalisée après un séchage de 24 heures à 60°C. Les mesures de luminance du sol sont précédées d'une mesure de luminance d'un panneau de Spectralon afin de pouvoir déterminer le facteur de réflectance :

$$R_{sol} = \frac{rad_{sol}}{rad_{spec}} R_{spec} \quad (3.6)$$

avec R_{sol} la réflectance du sol, R_{spec} la réflectance du panneau de Spectralon, rad_{sol} et rad_{spec} les luminances du sol et du panneau de Spectralon.

Les données texturales des sols de Liu02, Les08 et Bab16 ont été projetées dans un triangle des textures (Fig. 3.3) et les informations les plus importantes de chaque jeu de données sont répertoriées dans le Tableau 3.5. Des informations complémentaires sur les échantillons sont fournies en Annexes du chapitre III.

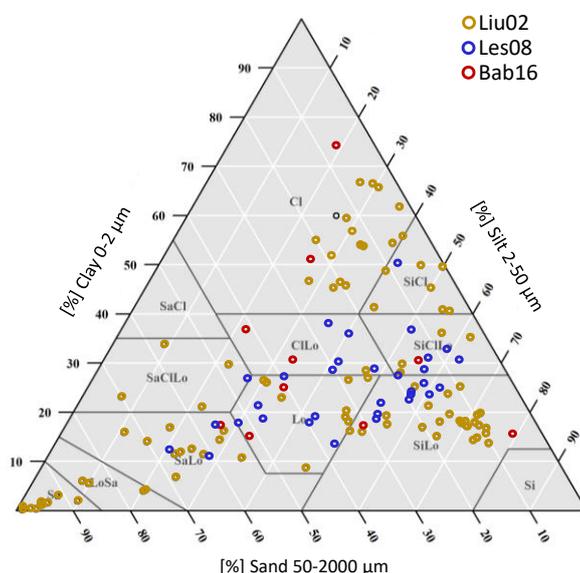


Fig. 3.3. Triangle des textures des sols avec les 12 grandes classes texturales utilisé par l'USDA, pour trois jeux de données (Liu02, Les08 et Bab16).

Jeu de données	N	SMC		Protocole	Taille des particules	θ_i	Densité (g cm ⁻³)
		Niveaux	Valeurs				
Liu02	92	4	0-83 %	assèchement à l'étuve	2 mm	15°	0.98-1.88
Lob02	4	9 à 15	0-118 %	assèchement à l'étuve	2 mm	15°	0.64-1.54
Whit04	60	10 à 12	0-45 %	assèchement à l'air libre	2 mm	15°	0.88-1.36
Les08	32	6	0-87 %	assèchement à l'étuve	×	15°	×
Mar12	9	25 à 30	0-50 %	humidification	×	25°	×
Phil14	3	97 à 205	0-45 %	assèchement à l'étuve	2 mm	30°	0.95-1.53
Bab16	17	6 à 8	0-40 %	assèchement à l'étuve	2 mm	15°	×

Tableau 3.5. Principales informations disponibles pour les sept jeux de données. N est le nombre d'échantillons de sols, SMC la teneur en eau, θ_i est l'angle zénithal de la lumière incidente.

La Fig. 3.4 présente l'évolution de la réflectance de trois sols en fonction de leur teneur en eau. On constate qu'à saturation, la teneur en eau du sol argileux (45 %) est bien plus importante que celle du sol sableux (17 %), la teneur en eau du sol limoneux étant à un niveau intermédiaire (40 %). On retrouve bien que la porosité des sols argileux est plus importante que celle des sols limoneux, qui est elle-même plus importante que celle des sols sableux.

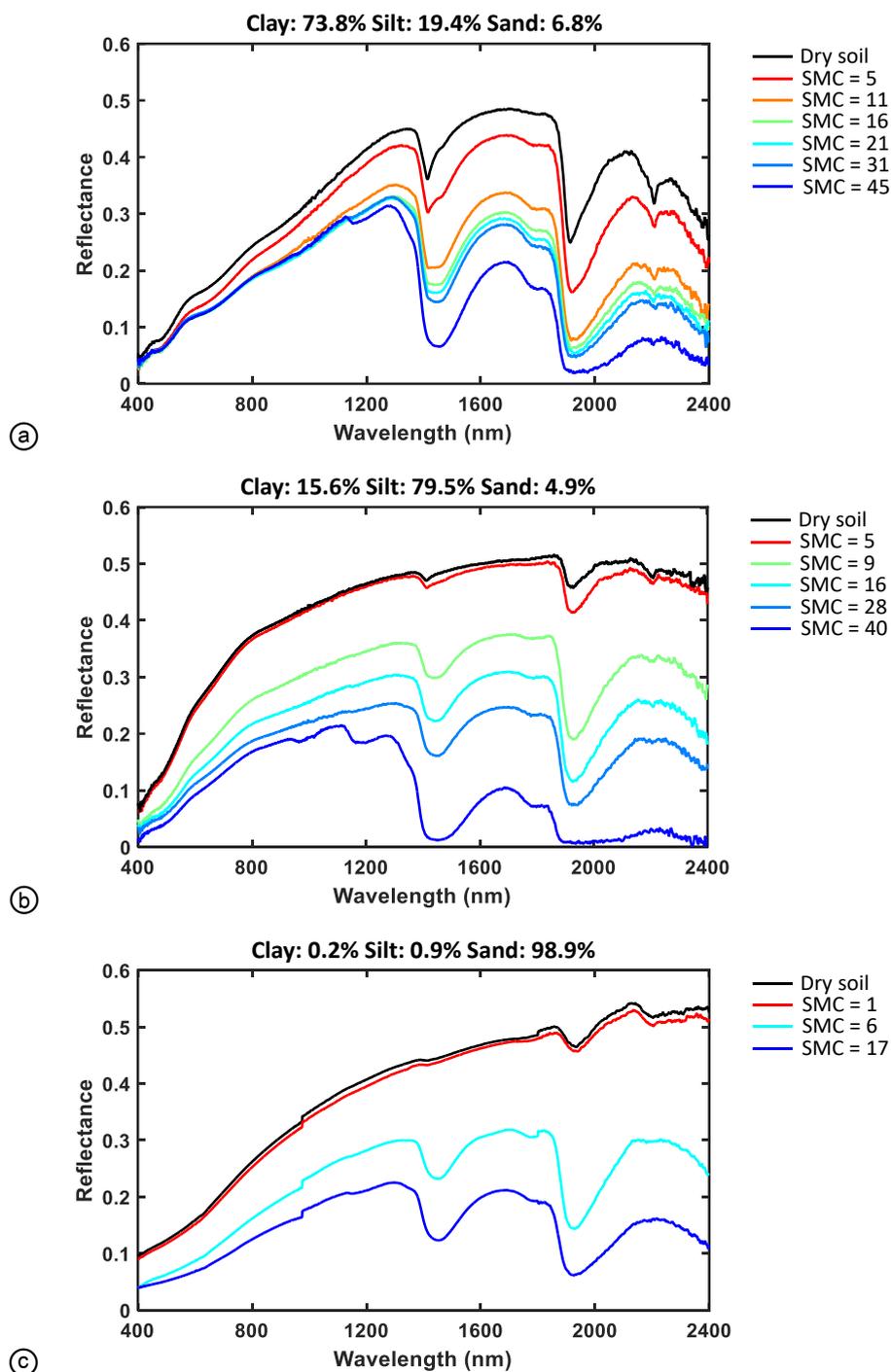


Fig. 3.4. Spectres de réflectance de trois sols : (a) sol argileux 724 *Lebna57* du jeu de données Bab16, (b) sol limoneux *Luvisol 208Te* du jeu de données Bab16 et (c) sol sableux 76 du jeu de données Liu02. Le SMC est exprimé en %.

III.3 Inversion du modèle MARMIT

III.3.1 Conditions de laboratoire

Le modèle MARMIT (équations 3.1 à 3.5) permet d'ajuster un spectre de réflectance sur les mesures expérimentales, en recherchant les valeurs de L et ε minimisant la fonction de mérite χ^2 :

$$\chi^2(L, \varepsilon) = \sqrt{\frac{\sum_{\lambda_1}^{\lambda_2} (R_{mes}(\lambda) - R_{mod}(\lambda, L, \varepsilon))^2}{n_\lambda}} \quad (3.7)$$

avec R_{mes} la réflectance mesurée à la longueur d'onde λ , R_{mod} la réflectance modélisée à la longueur d'onde λ et n_λ le nombre de longueurs d'onde. Nous avons utilisé l'algorithme de Nelder-Mead (Nelder & Mead, 1965), appelée méthode du simplexe et implémentée dans MATLAB. Tous les spectres de réflectance de la base de données sont compris entre 400 nm et 2400 nm, avec un pas d'échantillonnage spectral de 1 nm, donc $n_\lambda = 2001$. Afin d'évaluer les performances d'ajustement du modèle nous utiliserons soit le RMSE, qui est strictement équivalent à la fonction de mérite χ^2 (équation 3.7), soit le RMSE spectral qui correspond à la moyenne des RMSE calculés pour plusieurs spectres à une longueur d'onde donnée. Après inversion de MARMIT sur la base de données, deux cas de figure se présentent : soit l'ajustement est visuellement bon et les écarts entre la réflectance mesurée et celle modélisée sont faibles (RMSE < 0,01, Fig. 3.5a), soit les écarts sont importants (RMSE > 0,02, Fig. 3.5b). L'ajustement est mauvais pour les échantillons à forte teneur en eau : MARMIT tend à sous-estimer la réflectance dans les pics d'absorption de l'eau et à la surestimer en dehors. En traçant l'écart quadratique moyen entre le modèle et les données pour tous les spectres de sols, on constate que ce sont les échantillons à forte teneur en eau (SMC \geq 20 %) qui posent problème (Fig. 3.6). Ayant fait la même constatation, Whiting et al. (2004) ont limité l'application de leur méthode aux sols dont le SMC était inférieur à 32 %. De même, afin de pouvoir ajuster le modèle en dehors des pics d'absorption de l'eau, Bach (1995) a laissé libre le paramètre d'efficacité, qui peut être supérieur à 1, et elle a modifié le coefficient d'absorption de l'eau pour mieux ajuster son modèle dans les pics d'absorption de l'eau. On obtient donc un RMSE spectral plus faible avec son modèle qu'avec MARMIT (Fig. 3.7). Nous n'avons cependant pas utilisé ce coefficient d'absorption pour conserver un caractère général et physique au modèle MARMIT. Des pistes d'améliorations de MARMIT seront proposées au chapitre VI pour pallier les erreurs d'ajustement.

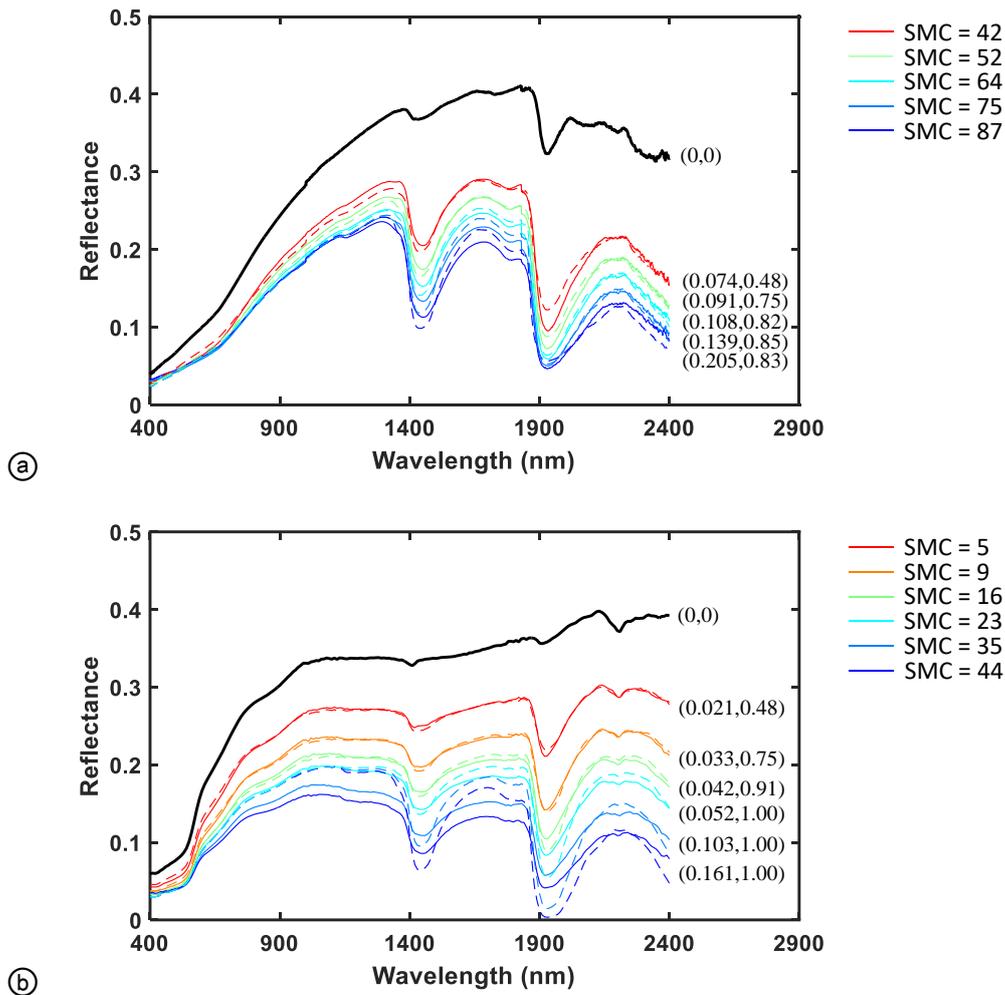


Fig. 3.5. Exemples d'ajustement du modèle MARMIT (tirets) sur des spectres de réflectance mesurés (traits pleins) pour (a) le sol *30PrairieB* avec SMC exprimé en pourcentage massique [$\text{g g}^{-1} \times 100$] et (b) le sol *Entisol* du jeu de données Lob02 avec SMC en pourcentage volumique [$\text{cm}^3 \text{cm}^{-3} \times 100$]. Les paramètres estimés lors de l'inversion sont à droite des courbes (L, ε). L est exprimé en mm.

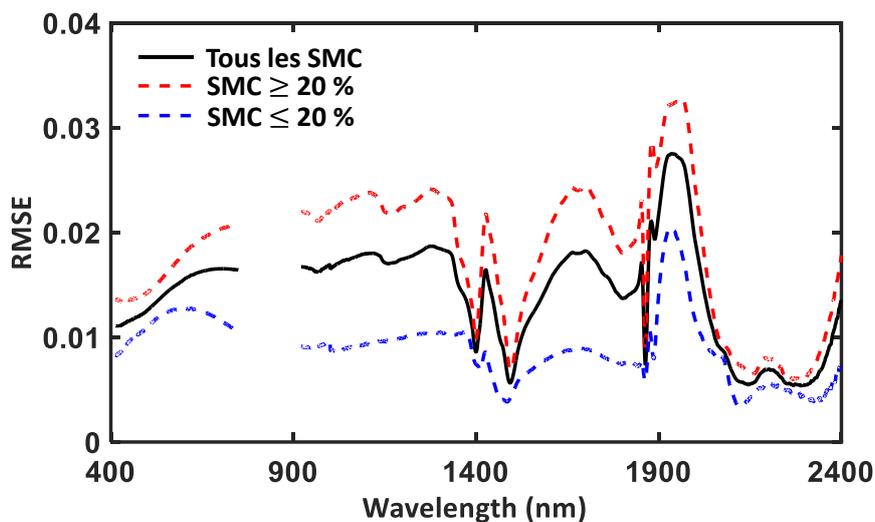


Fig. 3.6. RMSE obtenu avec MARMIT pour des spectres associés à des teneurs en eau inférieures à 20 % et pour des spectres associés à des teneurs en eau supérieures à 20 %.

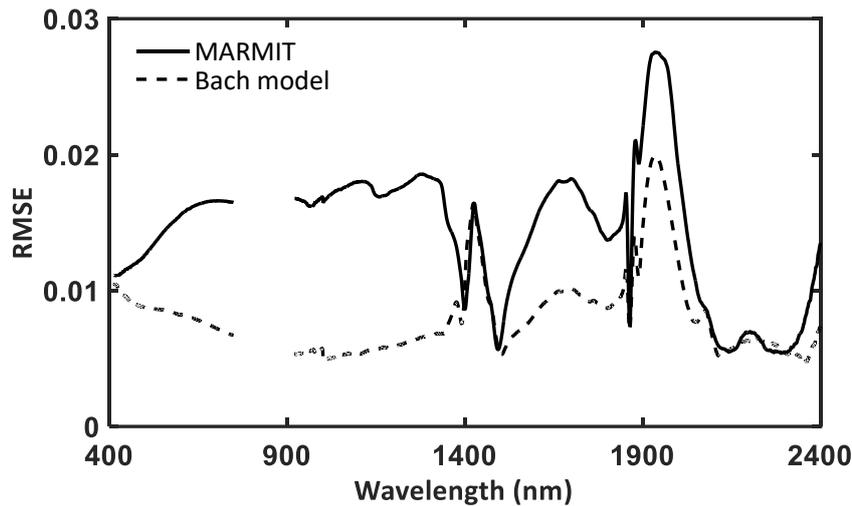


Fig. 3.7. RMSE spectraux obtenus avec MARMIT et le modèle de Bach pour tous les sols de tous les jeux de données.

III.3.2 Conditions extérieures

Lorsqu'on effectue des mesures au champ, à partir d'un avion ou d'un satellite, une partie du spectre solaire n'est pas utilisable en raison des bandes d'absorption de l'atmosphère. Les deux bandes principales sont situées entre 1300 nm et 1500 nm et entre 1800 nm et 2100 nm. Nous avons inversé MARMIT après les avoir retirées. La [Fig. 3.9](#) montre un bon ajustement des données, ce qui n'est pas surprenant puisque [Bach et Mauser \(1994\)](#) sont arrivés à la même conclusion avec leur modèle. On peut même voir un meilleur ajustement entre 1500 et 1800 nm pour le sol 30PrairieB. Le RMSE spectral obtenu sans les bandes d'absorption de l'atmosphère pour tous les sols de toutes les bases de données est donc globalement meilleur ([Fig. 3.10](#)).

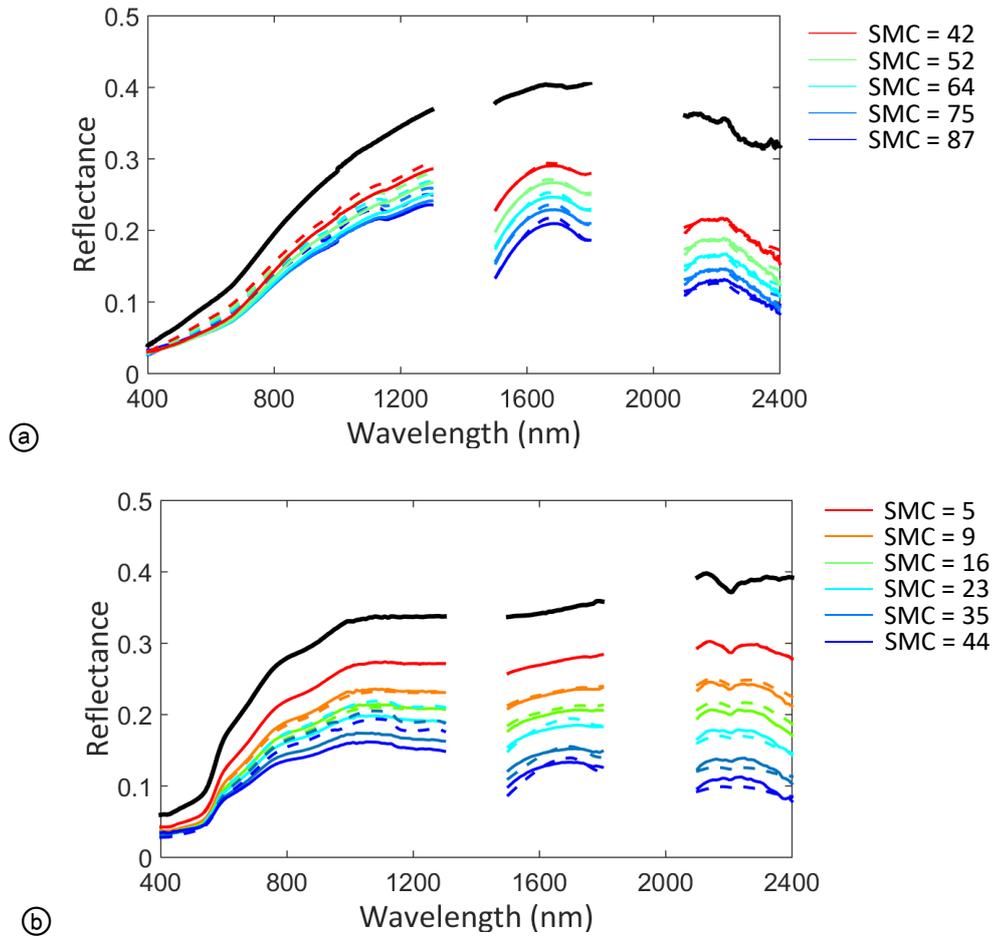


Fig. 3.9. Spectres de réflectance mesurés (traits pleins) et modélisés (traits hachurés) des sols (a) *30PrairieB* avec SMC exprimé en pourcentage massique [$\text{g g}^{-1} \times 100$] et (b) *Entisol* du jeu de données Lob02 avec SMC exprimé en pourcentage volumique [$\text{cm}^3 \text{cm}^{-3} \times 100$]. Les bandes d'absorption de l'atmosphère dans lesquelles il y a peu ou pas de signal ont été retirées.

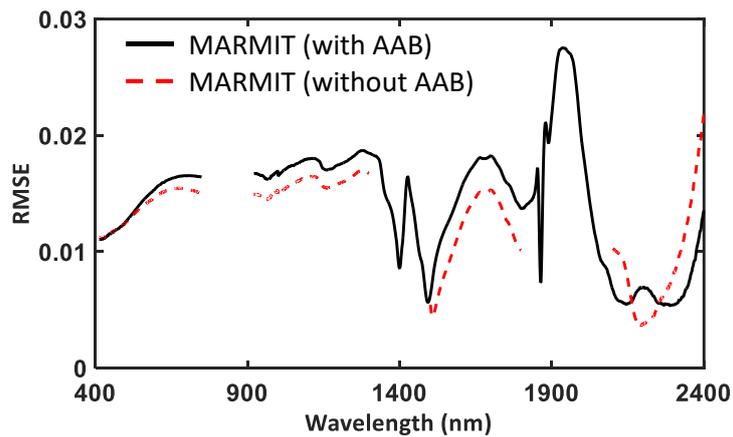


Fig. 3.10. RMSE spectraux obtenus avec MARMIT avec et sans les bandes d'absorption de l'atmosphère (AAB) pour tous les sols de la base de données.

III.3.3 Réflectance du sol sec inconnue

La signature spectrale des sols permet de déterminer des informations d'intérêt comme leur teneur en carbone organique, leur texture ou leur minéralogie. Ces informations sont en partie cachées par l'absorption de la lumière par l'eau présente dans les sols. Déterminer la réflectance d'un sol sec à partir de sa réflectance à l'état humide constituerait une avancée majeure. Dans MARMIT, le spectre de réflectance du sol sec est requis pour ajuster le modèle aux données ; il est cependant possible de le déterminer en même temps que les variables L et ε en adaptant la procédure d'inversion. Lors de l'inversion de MARMIT présentée dans la [section III.3.1](#), nous disposons de n valeurs de réflectance du sol humide R_{mes} et nous minimisons la fonction de mérite à deux inconnues (équation 3.7). Désormais nous souhaitons estimer aussi la réflectance du sol sec R_s (n inconnues). Un seul spectre n'est donc pas suffisant puisque nous avons un problème à $n + 2$ inconnues pour n observables : le système est sous-déterminé. Il est nécessaire d'augmenter le nombre d'observables. Nous nous sommes inspirés d'une méthode d'inversion proposée par [Deschamps \(2009\)](#) et qui consiste à concaténer les spectres de réflectance du sol humide en un seul vecteur, noté R_{MES} :

$$R_{MES} = \begin{bmatrix} R_{mes_1} \\ R_{mes_2} \\ \dots \\ R_{mes_m} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

de dimension $[m \times n, 1]$, avec m le nombre de spectres des sol humide et n le nombre de longueurs d'onde par spectre. S'agissant d'un seul et même sol, la réflectance du sol sec est la même. On se retrouve alors avec $m \times n$ observables et $n + 2m$ inconnues à inverser. Si $m \geq 2$ alors le nombre d'observables dépasse le nombre de variables à inverser et l'inversion est possible. La fonction de mérite à minimiser est :

$$\chi^2_2(R_s, L_1, \dots, L_n, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n) = \sqrt{\frac{\sum_1^{n_\lambda} (R_{MES} - R_{MOD}(R_s, L, \varepsilon))^2}{n_\lambda}} \quad (3.12)$$

avec $n_\lambda = n \times m$, et R_{MOD} le vecteur regroupant les spectres modélisés.

$$R_{MOD} = \begin{bmatrix} R_{mod_1}(R_s, L, \varepsilon) \\ R_{mod_2}(R_s, L, \varepsilon) \\ \dots \\ R_{mod_m}(R_s, L, \varepsilon) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Nous avons testé cette méthode sur les sols Carbonate TH-E12 et Gypse rouge TH-E2 du jeu de données Bab16 ([Fig. 3.11](#)). Les deux sont constitués de grains fins mais l'information sur la texture n'est disponible. La première inversion a été effectuée en laissant les paramètres L et R_s libres et en bornant ε entre 0 et 1 ([Fig. 3.12](#)). Nous observons deux cas : (1) pour le sol Gypse rouge TH-E2 la réflectance du sol sec estimée est presque confondue avec celle mesurée, la méthode d'inversion développée permet donc bien de retrouver la

réflectance du sol sec (Fig. 3.12a) ; (2) pour le sol Carbonate TH-E12 la réflectance du sol sec estimée est située entre le spectre de réflectance du sol le moins humide et celui du sol sec (Fig. 3.12b).

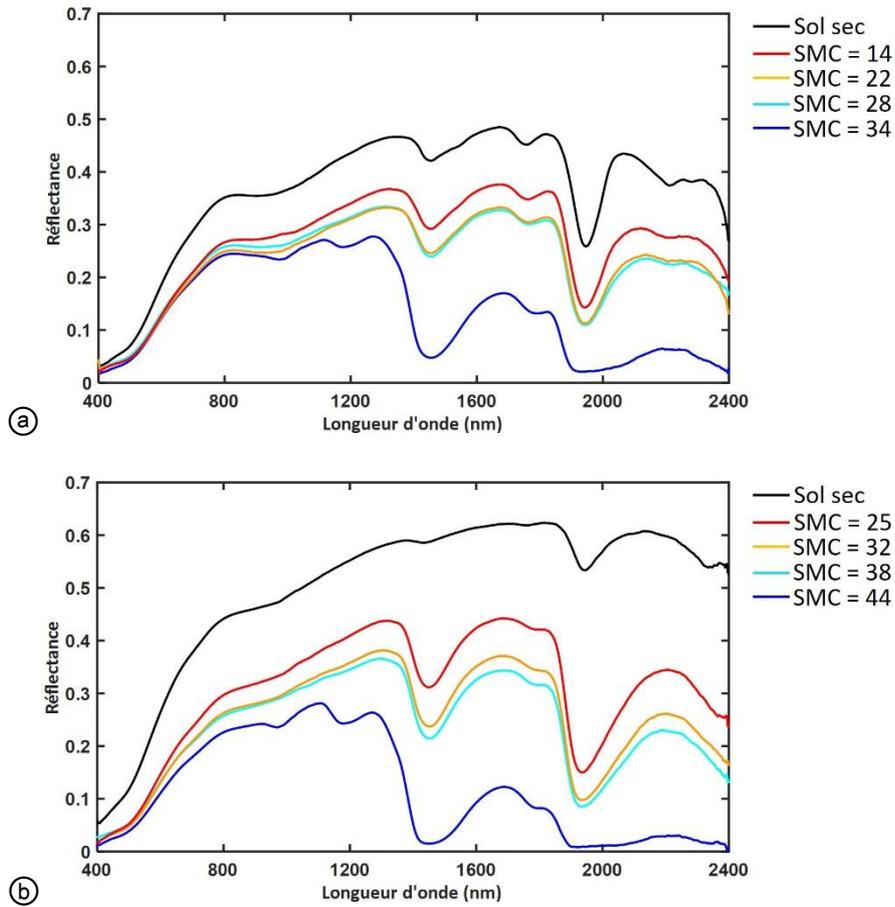


Fig. 3.11. Spectres de réflectance des sols (a) Gypse rouge TH-E2 et (b) Carbonate TH-E12 en fonction de la teneur en eau exprimée en pourcentage massique [$\text{g}^{-1} \times 100$].

Le fait que la valeur de ε du spectre de réflectance de l'état le plus humide est proche de 1 explique ce résultat. Comme nous l'avons montré dans la section III.3.1 (Fig. 3.5b), MARMIT ne permet pas d'ajuster certains spectres de réflectance dont la teneur en eau associée est importante : le paramètre ε atteint 1 et la réflectance modélisée est supérieure à la réflectance mesurée. Dans notre cas, le modèle choisit un spectre de sol sec minimisant le RMSE entre le modèle et les données, et par conséquent le sous-estime. Nous avons recommencé l'inversion pour le sol Carbonate TH-E12 en supprimant le spectre associé à la valeur de SMC la plus importante et en forçant ε à être égal à 1 pour les deux spectres associés aux humidités les plus importantes, égales à 32 % et 38 % (Fig. 3.13). La réflectance modélisée du sol sec se rapproche alors celle mesurée dans le visible et le proche infrarouge, l'écart entre les deux passant de 0.1 à 0.03 à 900 nm. En revanche, dans le moyen infrarouge, cet écart est inchangé. Ceci s'explique par le paramètre L du modèle : entre l'inversion de la Fig.3.12b et celle de la Fig. 3.13, il a été divisé par 10 environ. Il est pour le moment difficile de comprendre

les variables sélectionnées par le modèle et un travail approfondi est nécessaire avant de pouvoir retrouver la réflectance d'un sol sec à partir des spectres de réflectance quand celui-ci est humide.

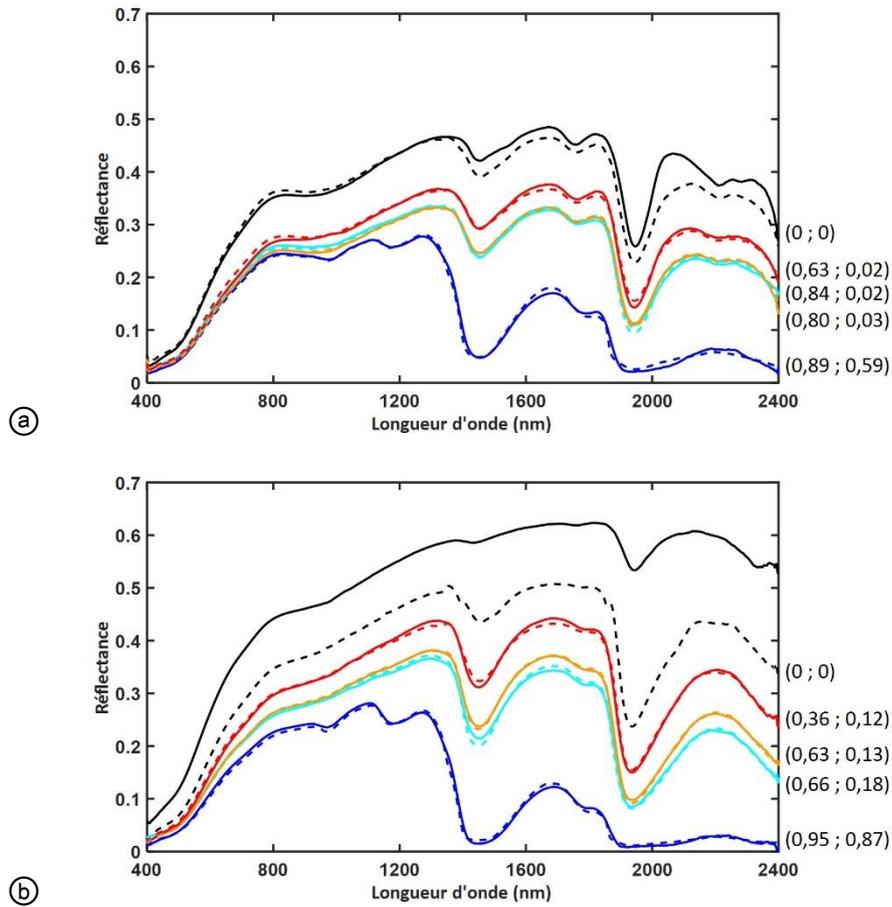


Fig. 3.12. Spectres de réflectance des sols (a) Gypse rouge TH-E2 et (b) Carbonate TH-E12 en trait plein comparés aux spectres de réflectance ajustés (pour les spectres de sol humide) et inversés (pour le spectre du sol sec) en pointillés.

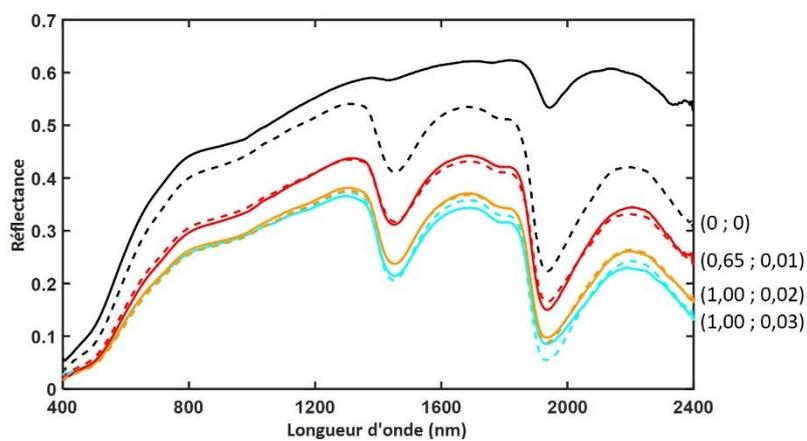


Fig. 3.13. Spectres de réflectance du sol Carbonate TH-E12 (traits pleins) comparés aux spectres de réflectance ajustés (pour les spectres de sol humide) et inversé (pour le spectre du sol sec) en pointillés avec $\varepsilon = 1$ pour les spectres orange et cyan.

III.4 MARMIT et la droite des sols

Comme mentionné plus haut, la droite des sols est très utilisée pour interpréter des données de télédétection (Baret et al., 1993a,b). Considérons un sol nu à différents niveaux d'humidité : si l'on trace les valeurs de réflectance dans le proche infrarouge (PIR ou NIR pour *near infrared* en anglais) en fonction de celles dans le rouge (R), les points sont dispersés autour d'une droite d'équation (Amani, 2016)

$$R_{PIR} = a \times R_R + b \quad (3.8)$$

avec R_{PIR} et R_R respectivement les réflectances dans le proche infrarouge et dans le rouge et a et b des coefficients. Nous avons comparé la droite des sols obtenue sur les réflectances mesurées (R_R et R_{PIR}) et modélisées ($R_{R_{mod}}$ et $R_{PIR_{mod}}$) (Fig. 3.8). Nous avons utilisé le centre de la bande 4 (665 nm, rouge) et celui de la bande 5 (865 nm, proche infrarouge) du satellite Landsat 8 (Sadeghi et al., 2017). Nous obtenons les équations suivantes :

$$R_{PIR} = 1,077 \times R_R + 0,040 \quad (3.9)$$

$$R_{PIR_{mod}} = 1,084 \times R_{R_{mod}} + 0.034 \quad (3.10)$$

On retrouve bien les sols très humides pour les petites valeurs de réflectance et les sols très secs pour les fortes valeurs, même si cela dépend du type de sol étudié. Par exemple les points parfaitement alignés entre 0,4 et 0,6 de réflectance dans le PIR correspondent au sable très brillant du jeu de données Phil14 et se situent au-dessus de la plupart des points correspondant à la réflectance des sols secs. Les équations 3.9 et 3.10 sont comparables, ce qui permet de souligner la capacité de MARMIT à bien modéliser les spectres de sols humides. De plus ces deux équations sont semblables à d'autres équations de la littérature obtenues sur des sols de natures diverses (Tableau 3.6).

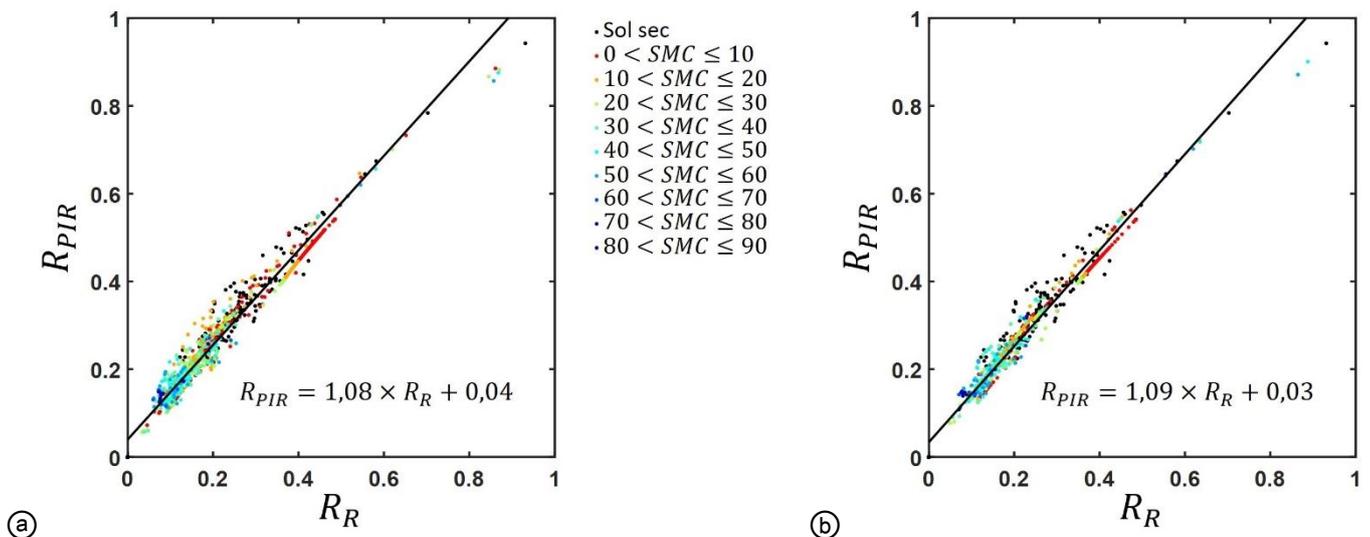


Fig. 3.8. Droite des sols obtenue avec (a) notre base de données et (b) nos spectres modélisés.

Référence	Type de sol	Equation de la droite des sols
Huete et al. (1984)	argiles, limons, sables, graviers	$R_{PIR} = 1,166 \times R_R + 0,042$
Baret et al. (1993a,b)	argiles, sables, graviers, tourbe	$R_{PIR} = 1,176 \times R_R + 0,037$
Galvão & Vitorello (1998)	argiles, limons, sables	$R_{PIR} = 1,368 \times R_R - 0,012$
Yoshioka et al. (2010)	argiles, limons, sables	$R_{PIR} = 1,027 \times R_R - 0,005$
Mobasheri & Bidkhan (2013)	argiles inorganiques	$R_{PIR} = 1,085 \times R_R + 0,023$
Amani & Mobasheri (2015)	argiles, limons, sables	$R_{PIR} = 1,163 \times R_R + 0,017$

Tableau 3.6. Droites des sols calculées par différents auteurs.

III.5 MARMITforSMC : estimation du SMC à partir de MARMIT

En utilisant les résultats de l'inversion de MARMIT, il est possible d'estimer le SMC après calibration. Cette étape de calibration consiste à trouver une fonction mathématique reliant l'épaisseur moyenne de la lame d'eau ($\varphi = L \times \varepsilon$) au SMC. Nous avons choisi d'utiliser le paramètre φ au lieu de L car ce dernier peut être très important et varier rapidement pour de petites teneurs en eau ($SMC \leq 5\%$). Nous avons dans un premier temps essayé de déterminer une relation unique pour tous les sols de la base de données, mais il est rapidement apparu que les points étaient très dispersés (Fig. 3.14). La relation semble dépendre des caractéristiques du sol et du protocole de mesure. Par exemple, les deux sols sableux de Phil14 et de Bab16, très brillants et principalement constitués de quartz, ont des comportements très différents. Nous constatons également que les échantillons de sol de Mar12, qui ont été mouillés au lieu d'être séchés, présentent une relation décalée d'environ 0,1 mm à droite sur l'axe des abscisses par rapport aux autres échantillons. Tian & Philpot (2015b) ont noté que pendant l'humidification, l'eau avait tendance à stagner à la surface du sol, de sorte qu'une petite quantité d'eau induit immédiatement un changement important de réflectance. Inversement, pendant le séchage, l'eau et l'air sont répartis dans l'échantillon pendant la plus grande partie de la période de séchage, de sorte que la réflectance du sol varie peu lorsque l'échantillon est presque sec. Aucune relation ne se dégageant de la Fig. 3.14, nous avons étudié les échantillons individuellement avant de les regrouper afin de tirer des relations générales.

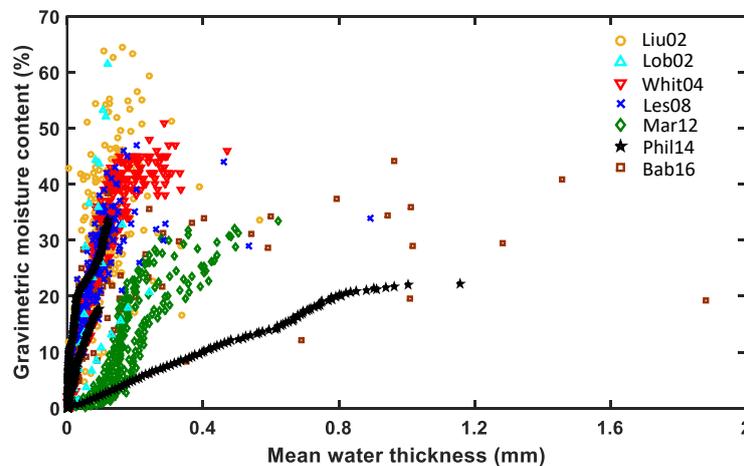


Fig. 3.14. Liens entre SMC et la teneur en eau moyenne pour tous les sols de tous les jeux de données.

III.5.1 Calibration sol par sol

Plusieurs fonctions comme les polynômes de degré 1 (Bach & Mauser, 1994 ; Bach, 1995), 2, ou 3, mais aussi des fonctions puissances, ont été testées afin de relier le SMC à φ . Compte tenu de la forme en S observée pour la plupart des sols, nous avons utilisé une fonction logistique :

$$SMC = \frac{K}{1 + ae^{-\psi\varphi}} \quad (3.14)$$

avec K le maximum de la fonction, ψ la pente de la courbe et a un facteur de translation qui déplace la courbe le long de l'axe des abscisses. Une analyse de sensibilité de cette fonction de type *one-factor-at-a-time* permet de montrer les effets de chaque paramètre sur la forme de la courbe (Fig. 3.15). Une augmentation de K induit une augmentation de l'asymptote horizontale supérieure de la courbe. On peut d'ailleurs noter que cette asymptote a pour équation $y = K$. Sa variation entraîne aussi une variation de la pente de la courbe. Une augmentation de ψ induit une augmentation de la pente entre les deux asymptotes horizontales et déplace le point d'inflexion vers les petites valeurs de φ . Enfin une augmentation du paramètre a entraîne une translation complète de la courbe vers les valeurs de φ croissantes.

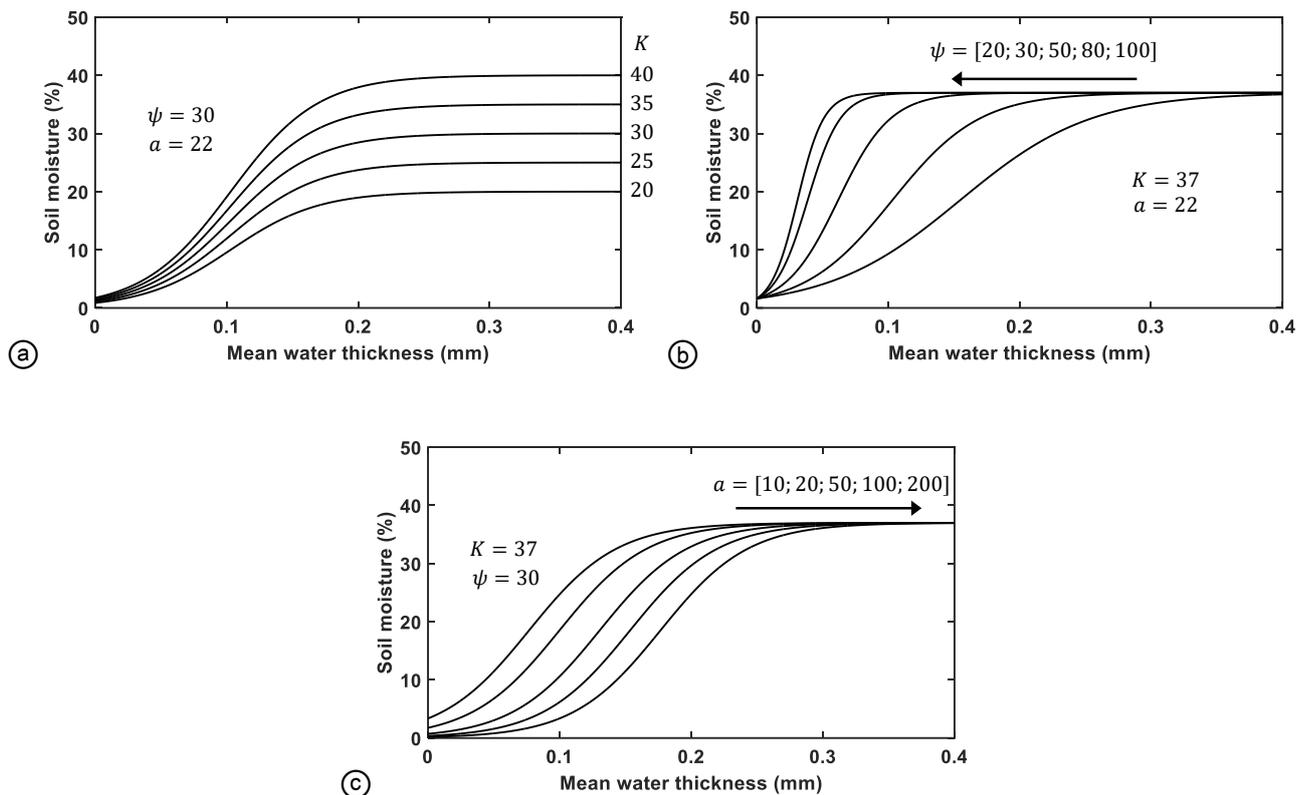


Fig. 3.15. Analyse de sensibilité de la fonction sigmoïde. (a) K varie, ψ et a sont constants ; (b) a varie, K et ψ sont constants et (c) ψ varie, K et a sont constants.

La Fig. 3.16 montre que la fonction logistique explique très bien l'évolution du SMC en fonction de φ quel que soit l'échantillon de sol considéré. La relation n'est pas contrainte : d'abord parce que $\varphi = 0$ ne signifie pas que l'échantillon de sol est sec mais qu'il n'y a pas d'eau détectable à la surface du sol ; ensuite parce qu'une fonction logistique est strictement positive. Dans notre cas, les trois paramètres K , ψ et a sont positifs, la fonction logistique est donc une sigmoïde.

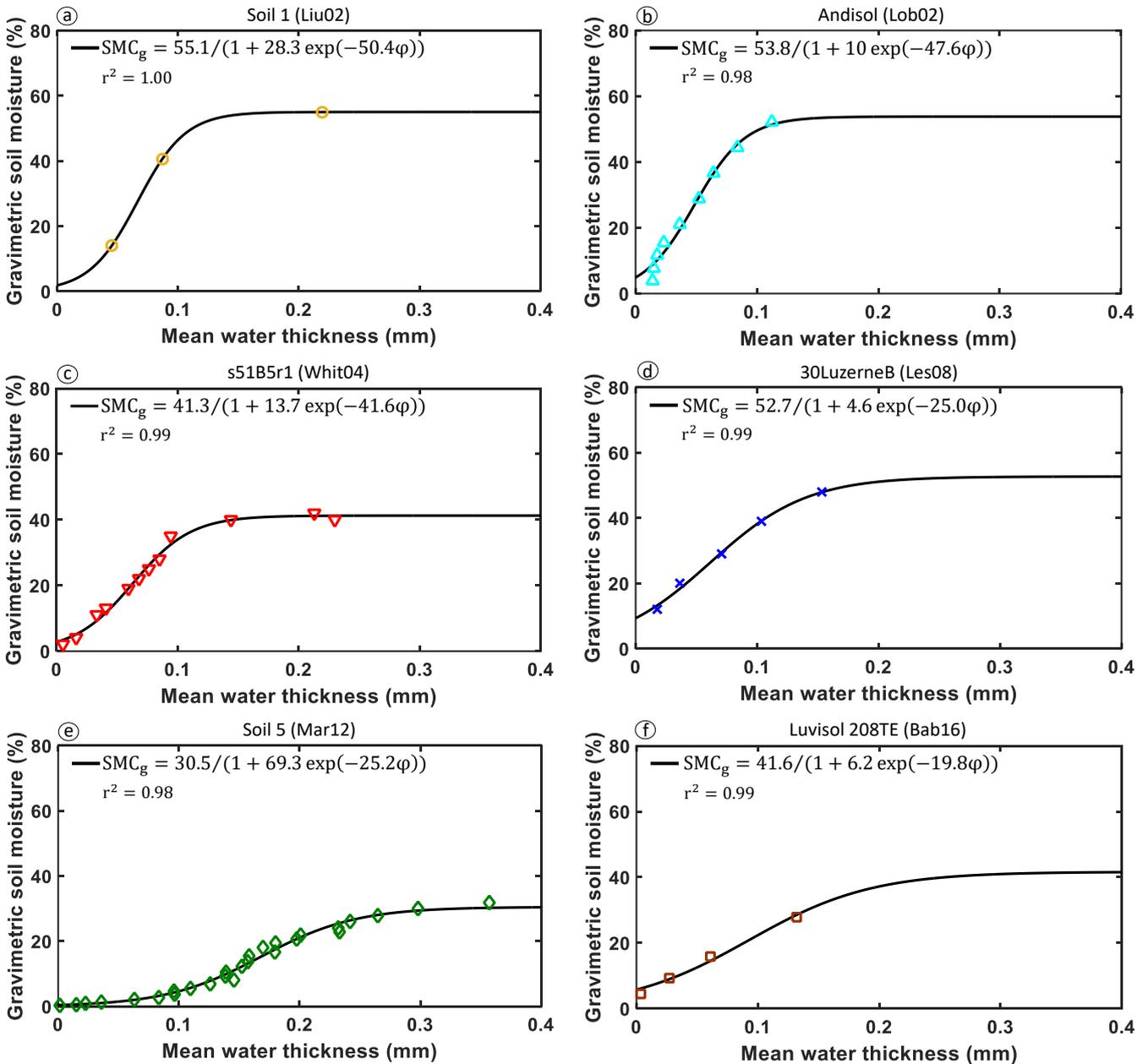


Fig. 3.16. Calibration pour six différents sols des bases de données. Équation de l'ajustement en haut à gauche des figures, nom du sol en titre avec entre parenthèses la base de données associée.

On constate que K est presque toujours égal à la valeur maximale de SMC obtenue quand le sol est saturé. Les pores du sol sont alors remplis d'eau et la teneur en eau volumétrique est quasiment égale à la porosité. Les teneurs en eau volumétrique et gravimétrique étant reliées par l'équation 1.8, les valeurs de K peuvent être

reliées à la porosité du sol. Pour valider cette hypothèse, nous avons tracé la teneur en eau du sol maximale, c'est-à-dire celle à saturation (SMCs), en fonction de K (Fig. 3.17). Dans la plupart des cas, il y a correspondance, mais K s'écarte parfois de la bissectrice en raison d'une gamme d'humidités limitée pour certains sols. Si nous éliminons les échantillons de sol contenant moins de six spectres (ou six teneurs en eau), soit deux fois le nombre de paramètres de la fonction sigmoïde, SMCs et K sont presque équivalents.

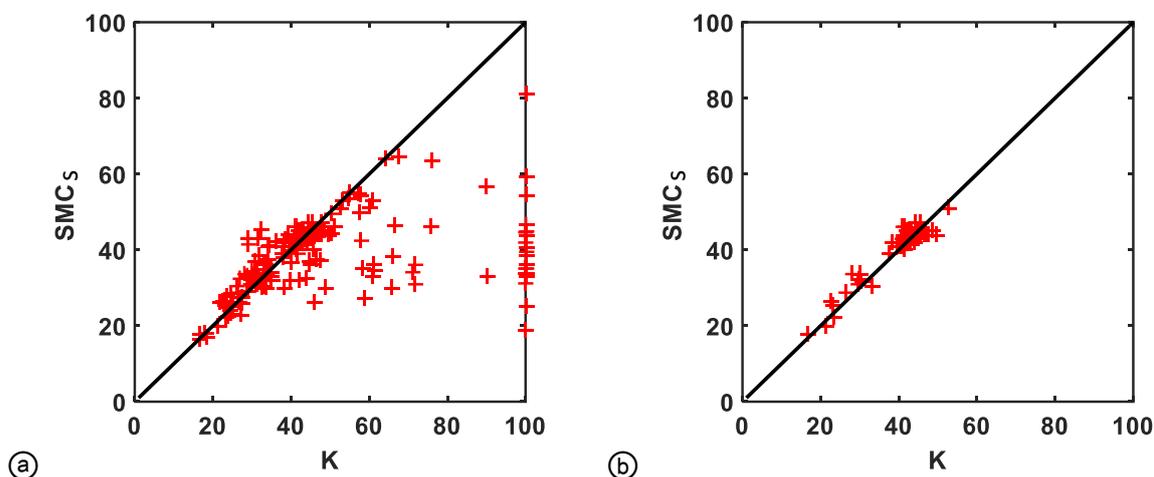


Fig. 3.17. Lien entre le paramètre K de la sigmoïde et le SMC à saturation pour (a) tous les sols de toutes les bases de données et (b) tous les sols pour lesquels plus de six SMC sont disponibles, soit 120 échantillons.

Si on réinjecte les valeurs de φ déterminées pendant l'étape d'inversion dans la relation trouvée entre SMC et φ (Fig. 3.16), et si on compare les teneurs en humidité du sol mesurées et estimées, les performances sont très bonnes (RMSE < 3 %). Cela démontre l'efficacité d'une calibration sol par sol (Fig. 3.18).

Jusqu'à présent nous avons utilisé le même échantillon pour les phases de calibration et de validation. Il n'est donc pas étonnant qu'après une telle calibration les résultats soient bons. Afin de valider pleinement la méthode, il faudrait calibrer la relation sur un échantillon de sol puis la tester sur un autre échantillon du même sol. Pour cela nous avons utilisé les répliques du jeu de données Whit04 qui contient soixante échantillons de trente sols différents, chaque sol étant divisé en deux échantillons. Une relation a donc été ajustée entre SMC et φ pour trente échantillons de sol, conduisant à autant d'équations de calibration (comme dans la Fig. 3.16) qui ont été appliquées aux trente répliques. Nous pouvons alors comparer SMC mesuré et estimé (comme dans la Fig. 3.18). L'erreur d'estimation est généralement inférieure à 5 % et la valeur de RMSE est de 2,8 % (Fig. 3.19). Pour rappel, les erreurs associées aux mesures TDR sur le terrain oscillent entre 2 et 3 % en volume d'eau (Topp & Davis, 1985 ; Huisman et al., 2001 ; Walker et al., 2004 et manuels de différentes sondes) après calibration et pour les sols non argileux. L'erreur est généralement plus importante pour les sols argileux.

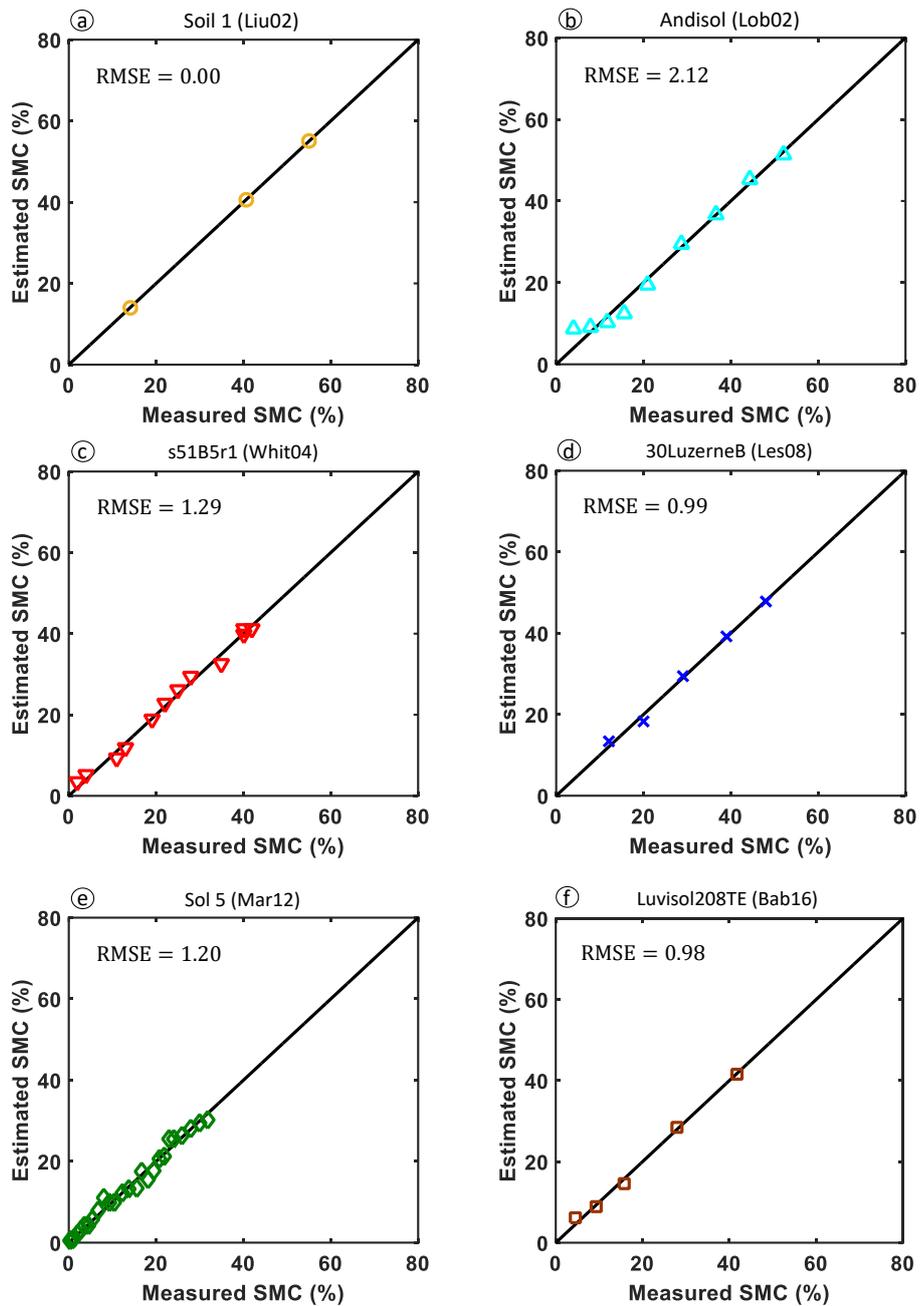


Fig. 3.18. SMC estimés comparés aux SMC mesurés pour les six échantillons utilisés pour la phase de calibration de la Fig. 3.16.

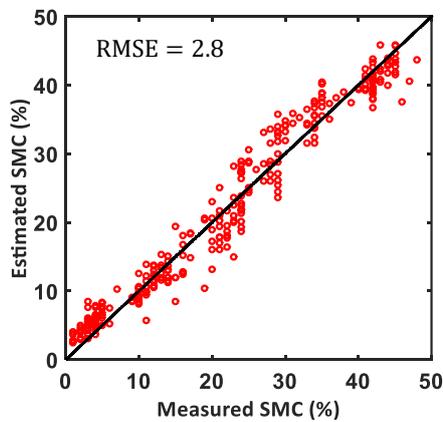


Fig. 3.19. Comparaison entre SMC estimés et mesurés pour les sols de la base Whit04.

Ce dernier résultat laisse penser que lors de l'évaporation, l'eau se répartit de façon identique sur deux échantillons distincts d'un même sol. Il est possible de vérifier cette hypothèse en traçant la relation entre SMC et φ pour deux répliques du jeu de données Whit04 (Fig. 3.20). On constate qu'elle change peu d'un échantillon à l'autre. Le spectroradiomètre ASD détecte donc la même information spectrale associée à la quantité d'eau en surface (φ) pour une teneur en eau moyenne de l'échantillon (SMC). On vérifie bien que, pour des conditions atmosphériques similaires, l'eau s'évapore pareillement à la surface du sol.

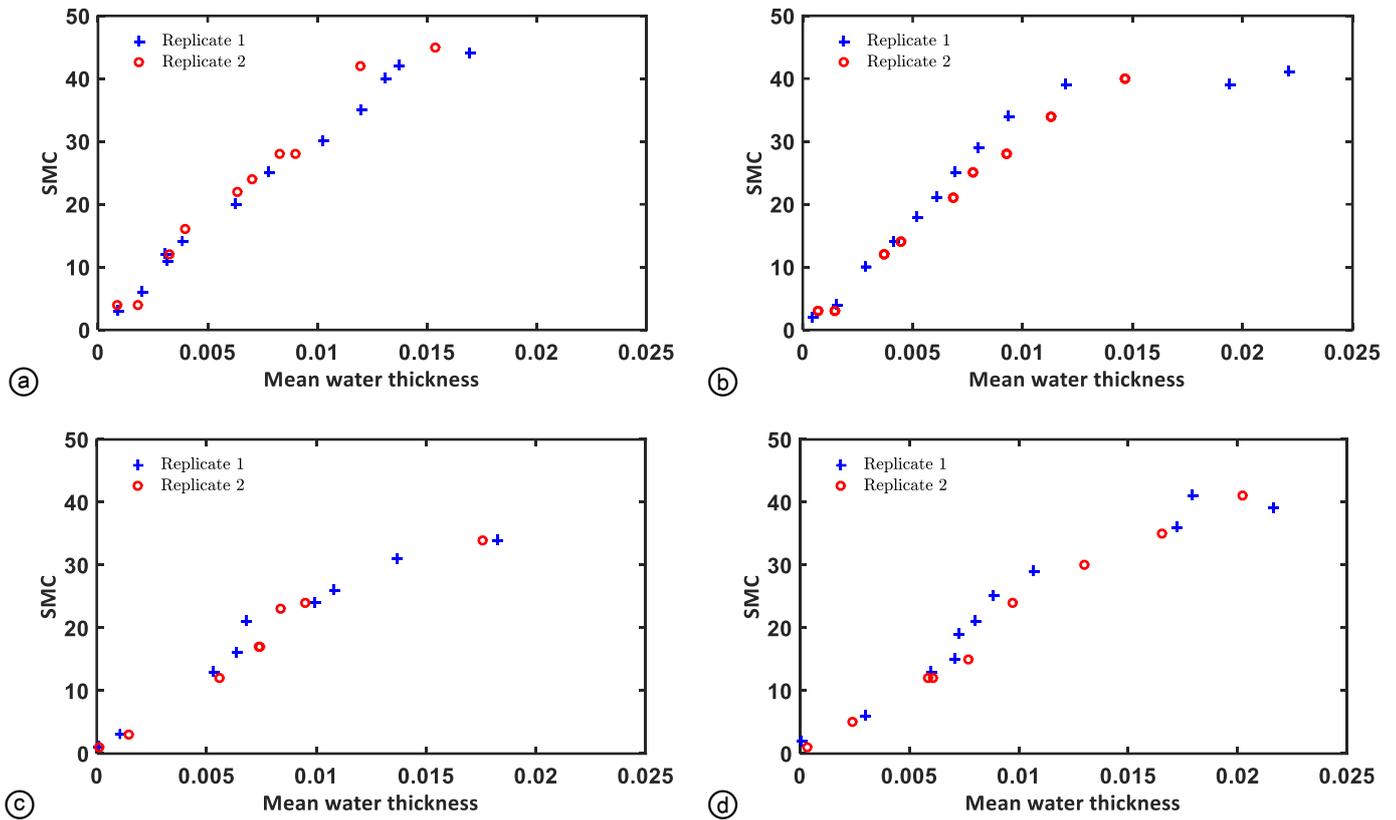


Fig. 3.20. Lien entre SMC et φ pour plusieurs sols du jeu de données Whit04. Sur une même figure les répliques 1 et 2 des sols (a) s61B2, (b) s51B2, (c) t16612 et (d) t33028.

On peut aussi comparer la relation entre SMC et φ pour des protocoles d'assèchement différents (Fig. 3.21). Nous avons fait sécher un sable blanc du jeu de données Bab16, au four et en extérieur, puis nous avons mesuré les réflectances associées à des mesures de pesées. On constate des relations très similaires. Ce résultat doit cependant être relativisé car la conductivité hydraulique du sable est élevée et l'eau se déplace très rapidement à l'intérieur du sol.

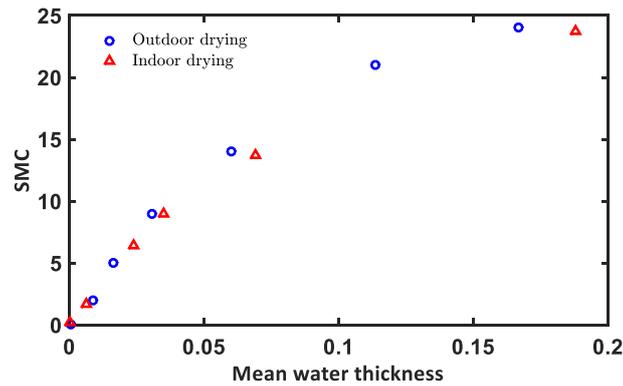


Fig. 3.21. Lien entre SMC et φ pour le sable blanc du jeu de données Bab16 avec deux protocoles de séchage différents.

Nous avons enfin comparé la relation entre SMC et φ pour des échantillons d'un même sol du jeu de données Mar12. On rappelle que trois sols de ce jeu de données ont été divisés en deux échantillons. La **Fig. 3.22** montre des relations différentes pour les deux répliques, qu'on peut expliquer de deux façons :

- (1) la taille des échantillons : les sols ont été déposés dans des plats à tarte d'environ 25 cm de diamètre, l'eau se répartit sur une surface plus large et il est improbable qu'elle le fasse de la même façon entre deux échantillons du même sol ;
- (2) les sols ont été humidifiés et non pas asséchés. Lors de l'assèchement, la répartition de l'eau dans l'échantillon est gouvernée par les conditions ambiantes ; lors de l'humidification par un opérateur, elle est plus aléatoire. Par exemple, la zone visée par l'ASD peut être plus humidifiée que le reste de l'échantillon et la teneur en eau du sol sera surestimée. À l'inverse la zone visée par l'ASD peut être moins humidifiée que le reste de l'échantillon, donc la teneur en eau du sol sera sous-estimée.

Les résultats de MARMITforSMC sont meilleurs lorsque l'échantillon de sol est asséché que lorsqu'il est humidifié, la relation entre SMC et φ étant alors très variable pour un même sol. Dans l'optique d'une application de la méthode en télédétection, nous sommes plutôt confrontés à la première situation car il est compliqué de faire des mesures par temps couvert. Calibrer les sols individuellement n'est pas une approche très réaliste dans une optique opérationnelle car chaque sol a une signature spectrale unique. À l'inverse, nous avons vu qu'il n'était pas possible d'utiliser une seule équation de calibration pour tous les sols (**Fig. 3.14**). Il est donc nécessaire de regrouper les sols sur des bases physico-chimiques ou spectrales pour créer des équations de calibration générales mais précises.

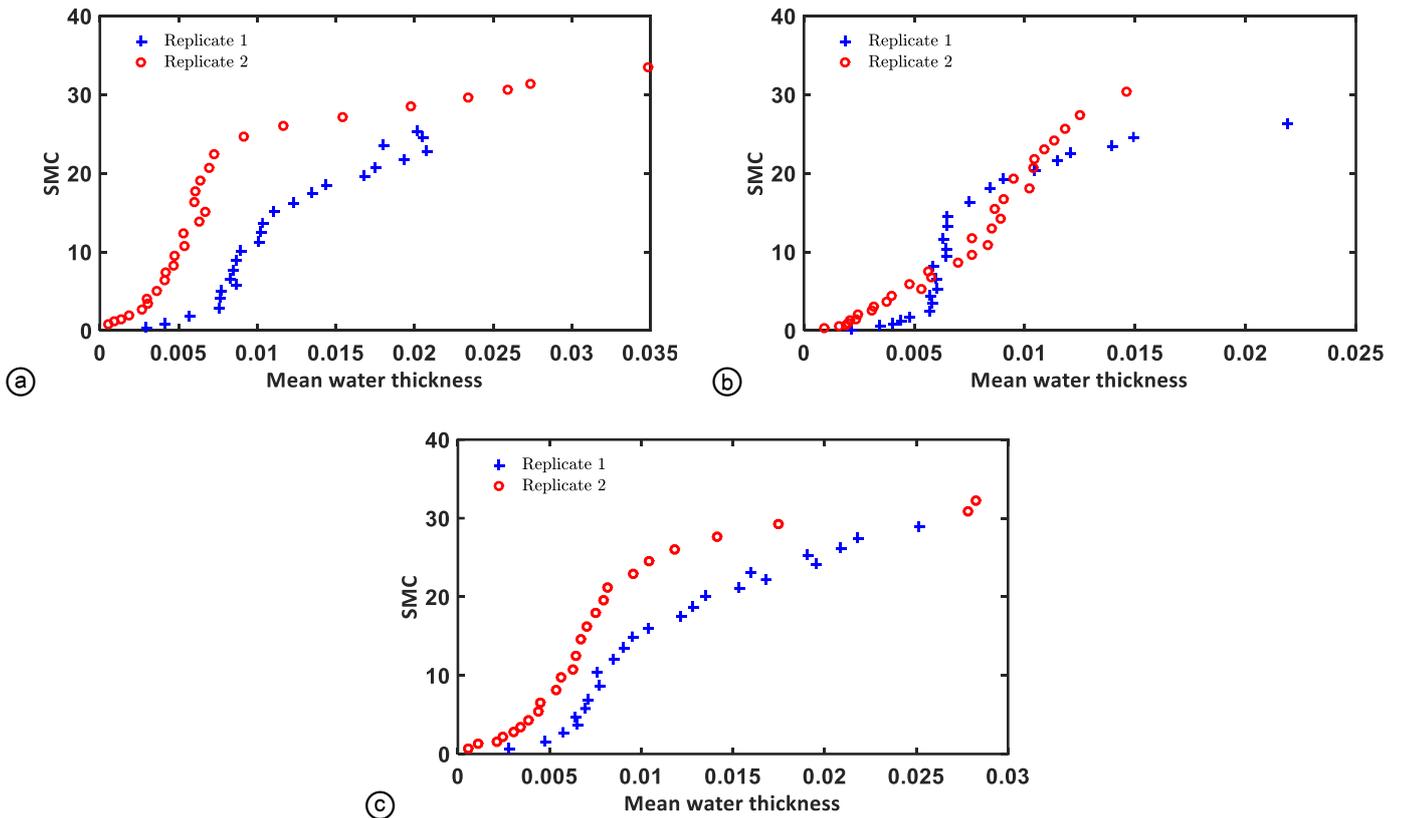


Fig. 3.22. Lien entre SMC et φ pour les trois sols du jeu de données Mar12 qui possèdent deux échantillons. Sols (a) 1, (b) 2 et (c) 4.

III.5.2 Calibration classe par classe

III.5.2.1 Critères texturaux/chimiques

Nous avons tout d'abord étudié les effets de la minéralogie et de la texture sur l'estimation de la relation entre SMC et φ . Pour cela, nous avons tiré parti de l'information disponible sur la composition minéralogique des sols du jeu de données Whit04. Les teneurs en carbonate de calcium (CaCO_3) et en silice (SiO_2) sont disponibles pour quatre sols de Tomelloso et pour cinq sols de Lemoore. La quantité de CaCO_3 et de SiO_2 est très variable dans les sols de Tomelloso, alors qu'il n'y a pas de CaCO_3 et une quantité constante de SiO_2 (~29 %) dans ceux de Lemoore. Selon [Bedidi et al. \(1992\)](#) l'évolution de la réflectance d'un sol en fonction du SMC dépend de sa composition minéralogique. Il est donc normal d'observer que la relation entre SMC et φ est plus dispersée pour le premier ($r^2 = 0.93$) (Fig. 3.23a) que pour le second ($r^2 = 0.97$) (Fig. 3.23b). La composition minéralogique influencerait donc les paramètres ψ et a de la fonction sigmoïde. Les sols de Les08 et Bab16 qui contiennent des informations texturales ont également été étudiés. Nous n'avons pas intégré les sols du jeu de données Liu02 car la capacité au champ y est souvent dépassée, ce qui entraîne des erreurs d'estimation des paramètres L et ε . Nous avons divisé les sols en deux groupes : les sols sableux dont 50 % des grains sont du sable (taille comprise entre 0,05 mm et 2 mm) et les sols argileux dont 50 % des grains sont de l'argile (taille inférieure à 2 μm). La relation entre SMC et φ est bien ajustée par la fonction sigmoïde dans les deux cas, avec

des coefficients de détermination élevés ($r^2 = 0,88$ et $0,86$, Figs 3.23c-d). Il est notable que le paramètre K est plus faible pour les sols sableux (46,2 %) que pour les sols argileux et limoneux (59,1 %) qui sont plus poreux. Ce résultat est cohérent avec l'hypothèse que le paramètre K est lié à la porosité des sols. Il montre que le modèle MARMIT peut être généralisé en effectuant une classification préliminaire de la texture du sol et de la composition minéralogique. Malheureusement, ces informations sont rarement disponibles et difficilement accessibles par télédétection. Il est donc nécessaire de trouver une autre méthode de classification des sols, par exemple basée sur des critères spectraux.

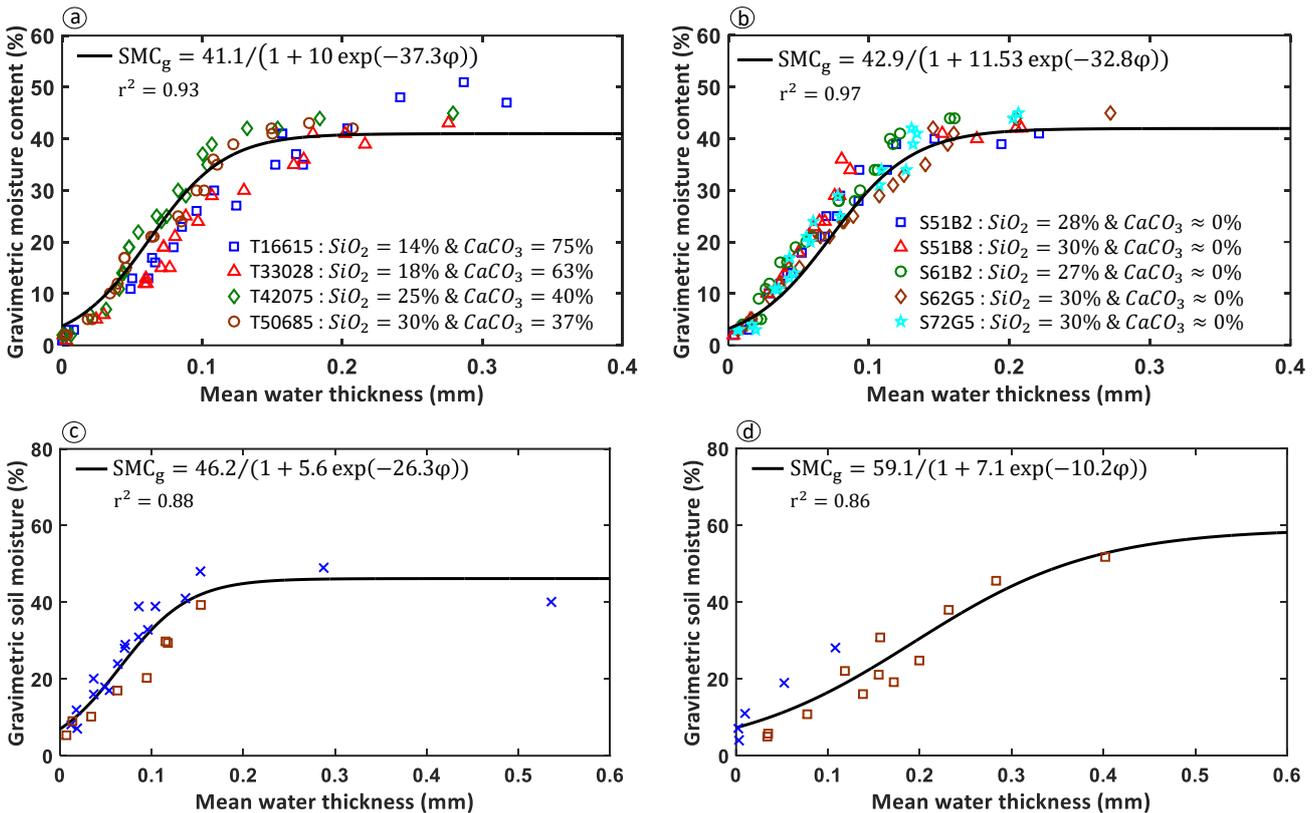


Fig. 3.23. Phase de calibration pour (a) quatre sols de Tomelloso et (b) cinq sols de Lemoore (jeu de données Whit04). Phase de calibration pour (c) six sols sableux (d) neuf sols non sableux des jeux de données Les08 (croix bleues) et Bab16 (carrés marron).

III.5.2.2 Critères spectraux

Nous avons étudié la classification de Lesaignoux et al. (2013) qui regroupent les sols en fonction de la forme du spectre de réflectance du sol sec dans quatre domaines de longueurs d'onde : VIS (0,4 – 0,75 μm), NIR-SWIR (0,75 – 3 μm), MWIR (3 – 8 μm) et LWIR (8 – 15 μm). On distingue plusieurs possibilités de classement pour chaque domaine en fonction de la forme de la courbe (concave, convexe...) et du niveau de réflectance (élevé, faible, moyen) (Tableau 3.7). Cette méthode a permis de classer les trente-deux sols en neuf groupes (Tableau 3.8). Nous avons fusionné les groupes 1 & 2 et les groupes 4 & 5 car la forme de leurs spectres de réflectance est identique dans le VIS et le NIR-SWIR (Tableau 3.8) et parce que notre étude se limite à ces domaines. Enfin les groupes 3, 7, 8 et 9 qui contiennent moins de deux sols n'ont pas été retenus.

Nous avons donc établi trois classes : classe I (groupes 1 et 2), classe II (groupes 4 et 5) et classe III (groupe 6). Les Figs 3.24a-d comparent les sigmoïdes obtenues sur ces trois classes et sur l'ensemble du jeu de données Les08. Les sols exclus n'y apparaissent pas. Les coefficients de détermination de 0,71, 0,84 et 0,98 pour les classes I, II et III, respectivement, sont globalement meilleurs que ceux de l'ensemble des données ($r^2 = 0,75$). L'équation de calibration de la classe III présente un coefficient de détermination très élevé, car tous les échantillons ont été prélevés dans la même zone (Camargue, France). Les sols de la classe II, qui contiennent un nombre maximum d'échantillons, ont été divisés en deux sous-classes afin de valider cette méthode de classification : une pour la calibration et l'autre pour l'estimation (Figs 3.25a-b).

Comportement spectral				
	T1V	T2V	T3V	
VIS	Courbe \pm convexe et réflectance élevée	Courbe faiblement concave et faible réflectance	Courbe concave puis convexe et réflectance \pm élevée	
	T1NS	T2NS	T3NS	T4NS
NSWIR	Courbe concave puis convexe et réflectance \pm élevée	Courbe en pente ascendante puis convexe et réflectance \pm élevée	Courbe convexe puis \pm convexe et réflectance \pm élevée	Courbe faiblement concave puis en pente descendante et faible réflectance
	T1M		T2M	
MWIR	Courbe en cloche Absorption du quartz à 4,5 et 4,7 μm Absorption de la liaison H-C à 3,5 μm		Absorption du carbonate à 4 μm Absorption du quartz à 4,5 et 4,7 μm Absorption de la liaison H-C à 3,5 μm	
LWIR	Réflexion du quartz : → forte entre 8 et 9 μm → forte entre 8 et 9 μm → faible entre 12 et 14 μm	Réflexion du quartz : → forte entre 8 et 9 μm → forte entre 8 et 9 μm → faible entre 12 et 14 μm	Réflexion du quartz : → forte entre 8 et 9 μm Réflexion des carbonates : → forte à 11,3 μm	

Tableau 3.7. Critères de classification des sols selon Lesaignoux (2010) pour les gammes de longueurs d'onde VIS, NSWIR, MWIR et LWIR.

Groupes	VIS	NSWIR	LWIR	MWIR	Nombre d'échantillons
1	T3V	T1NS	T1M	T1L	1
2	T3V	T1NS	T2M	T2L	4
3	T3V	T3NS	T1M	T1L	1
4	T3V	T2NS	T1M	T1L	3
5	T3V	T2NS	T2M	T2L	16
6	T2V	T2NS	T2M	T2L	3
7	T1V	T1NS	T2M	T3L	1
8	T3V	T4NS	T1M	T1L	2
9	T1V	T3NS	T2M	T2L	1

Tableau 3.8. Groupes obtenus par Lesaignoux (2010) sur trente-deux échantillons de sols.

La teneur en humidité du sol reste bien estimée après classification (RMSE = 5,1 %) même si elle est moins précise que lorsqu'on calibre sol par sol. Le principal problème de cette classification est qu'elle est visuelle : elle peut introduire des erreurs et n'est pas adaptée aux grands jeux de données, de sorte qu'on ne peut pas l'appliquer à l'ensemble de notre base de données. Une autre méthode de classification a donc été

testée : [Lacerda et al. \(2016\)](#) ont étudié la réflectance de sols secs dans les bandes 5 et 7 du satellite Landsat-TM 5 centrées sur 1650 nm et 2215 nm. Lorsqu'on trace la bande 7 en fonction de la bande 5, les sols argileux et sablonneux sont localisés respectivement en bas et en haut du diagramme ([Fig. 3.26a](#)). Effectivement, la réflectance des sols sableux est généralement plus importante car ils sont souvent constitués de quartz très réfléchissant ([Stoner & Baumgardner, 1981](#) ; [Demattê, 2002](#) ; [Lacerda et al., 2016](#)). Le jeu de données Whit04 qui contient deux types de sols différents est bien adapté pour tester cette méthode. La [Fig. 3.26a](#) montre que les sols Tomelloso situés en haut de la figure sont dispersés, tandis que les sols Lemoore situés en bas sont regroupés. La calibration appliquée à l'ensemble des données conduit à un coefficient de détermination plus faible ou équivalent ($r^2 = 0,94$) que lorsqu'on l'applique aux sols de Lemoore et de Tomelloso ($r^2 = 0,96$ et $r^2 = 0,94$, respectivement) ([Figs 3.26c-d](#)). Par conséquent, en utilisant la même méthode de classification, nous avons divisé les sols de Tomelloso en deux sous-ensembles de même taille : les réflectances du premier à 1650 nm et à 2215 nm sont plus faibles que celles du second ([Fig. 3.26b](#)). La régression est légèrement meilleure, avec des coefficients de détermination supérieurs à 0,95 et les deux sous-ensembles sont clairement séparés ([Fig. 3.26e](#)). Une fois de plus, les paramètres de la sigmoïde, ψ et a , semblent être liés à la minéralogie des sols, ce qui corrobore le résultat des [Figs 3.23a-b](#).

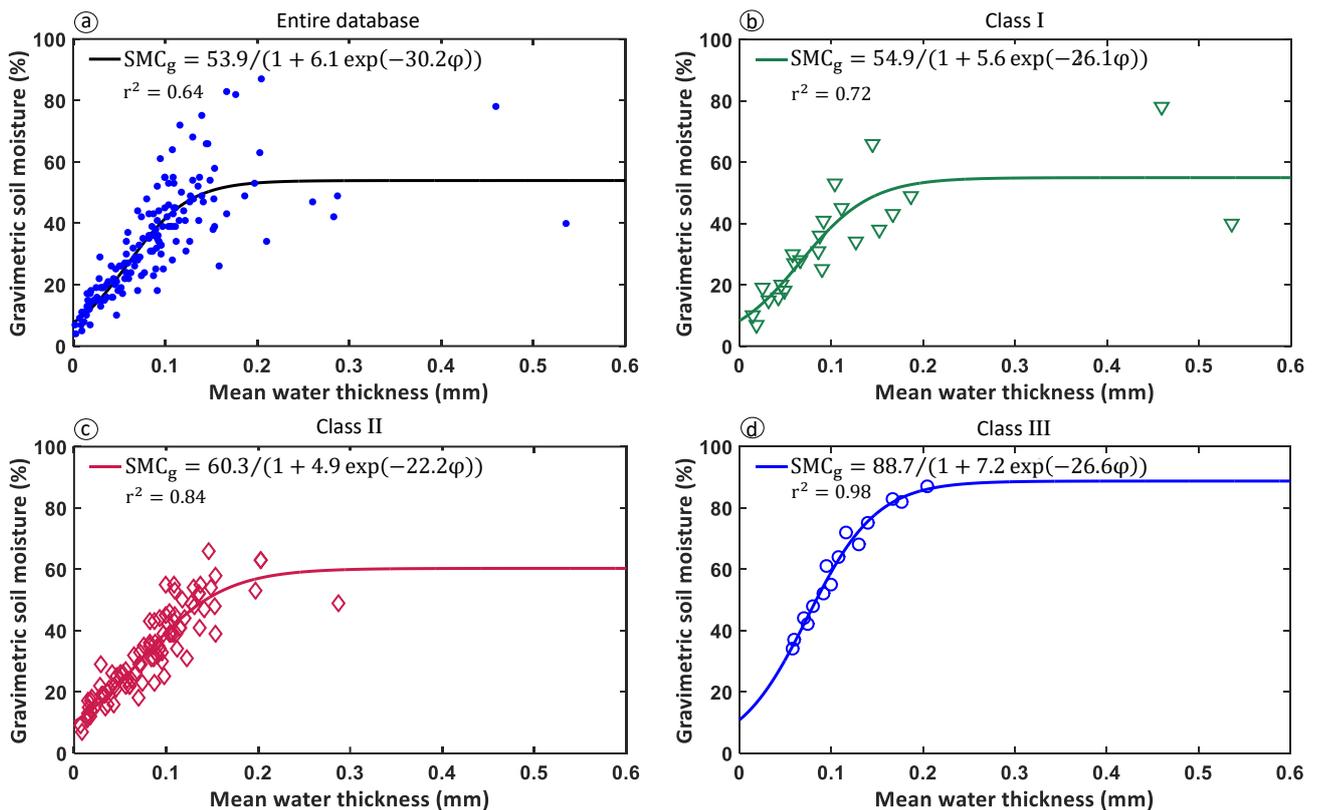


Fig. 3.24. Phase de calibration pour : (a) les trente-deux sols du jeu de données Les08, (b) les cinq sols de la classe I, (c) les seize sols de la classe II et (d) les trois sols de la classe III.

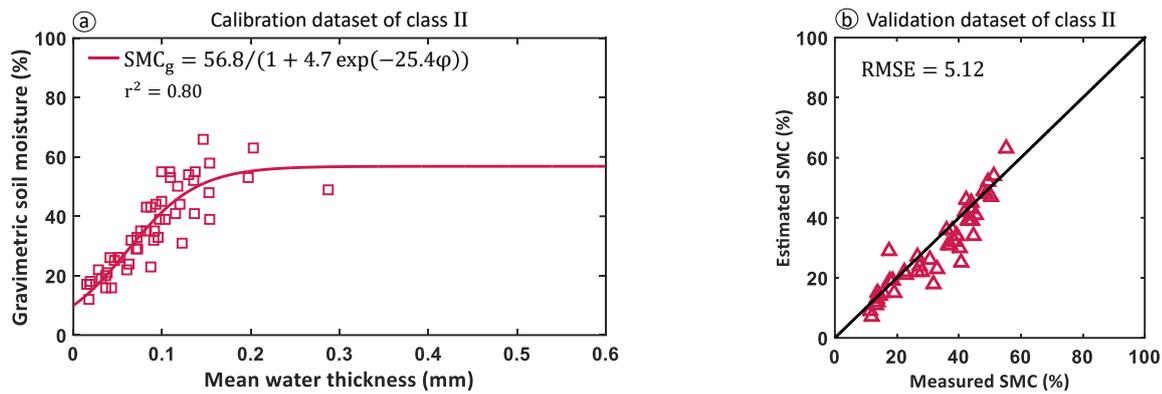


Fig. 3.25. (a) Lien entre SMC et φ obtenu avec huit sols de la classe II et (b) SMC estimés à l'aide de l'équation de calibration de (a) comparés aux SMC mesurés pour les huit sols du jeu de validation de la classe II.

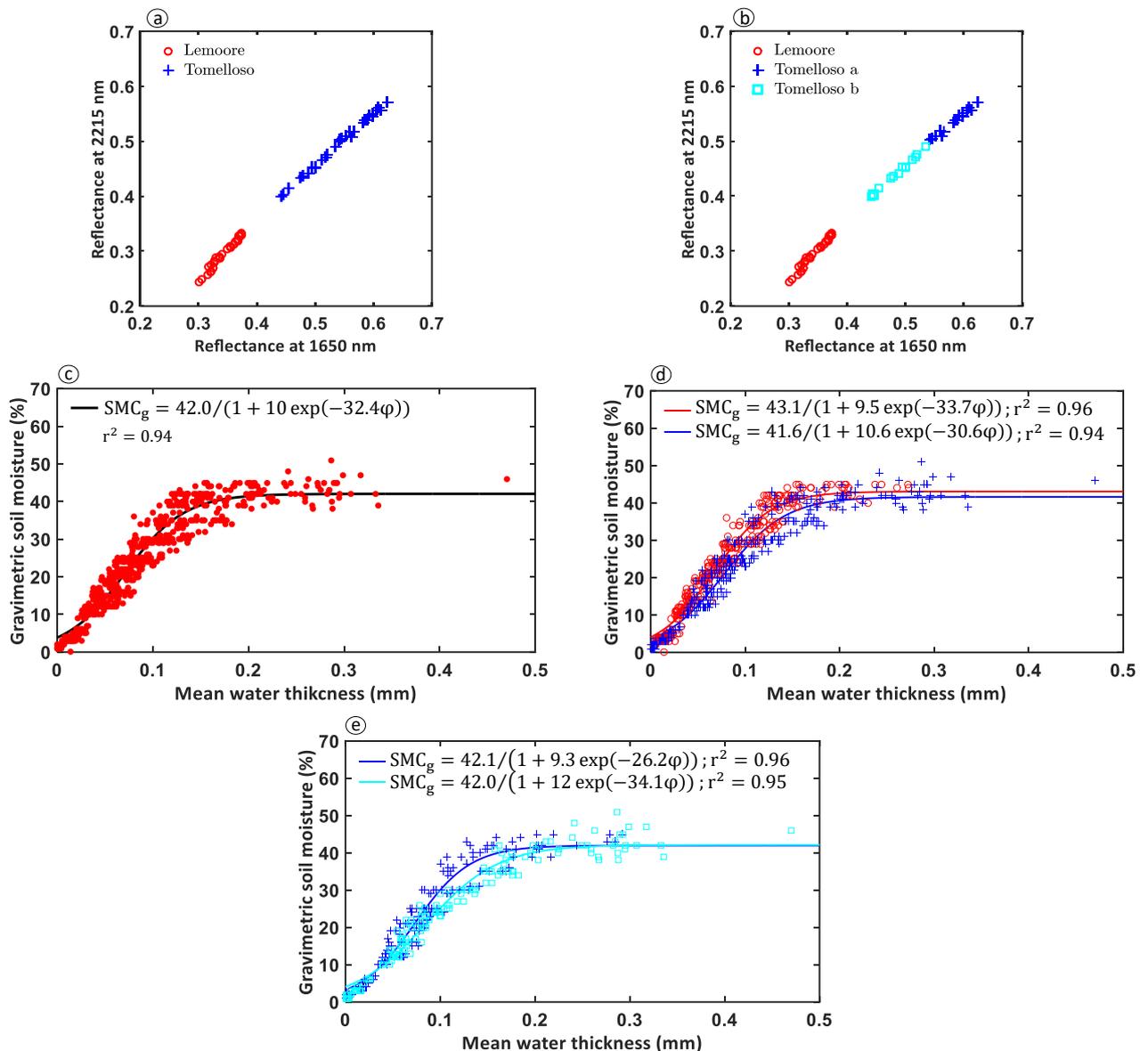


Fig. 3.26. Classification des soixante sols de Whit04 en utilisant la classification de Lacerda et al (2016). (a) Lemoore et Tomelloso séparément et (b) Lemoore d'un côté et Tomelloso séparé en deux ensembles de données. Phase d'étalonnage de l'ensemble de données Whit04 pour (c) tous les échantillons, (d) les trente échantillons de sol de Tomelloso et les trente échantillons de sol de Lemoore et (e) les trente échantillons de sol de Tomelloso divisés en deux ensembles de données.

Pour valider la méthode de classification de [Lacerda et al. \(2016\)](#), une validation croisée a été effectuée sur les sols de Lemoore. Nous les avons divisés en deux sous-ensembles de taille égale et contenant des échantillons tirés au hasard, un pour l'étape de calibration ([Fig. 3.27a](#)) et l'autre pour l'étape d'estimation ([Fig. 3.27b](#)). L'estimation de l'humidité du sol est très bonne (RMSE = 3,6 %). Pour valider ce résultat nous avons fait une succession de dix tirages aléatoires en formant à chaque fois un groupe servant à la calibration et un autre servant à l'estimation. Le RMSE est toujours inférieur à 3,8 %.

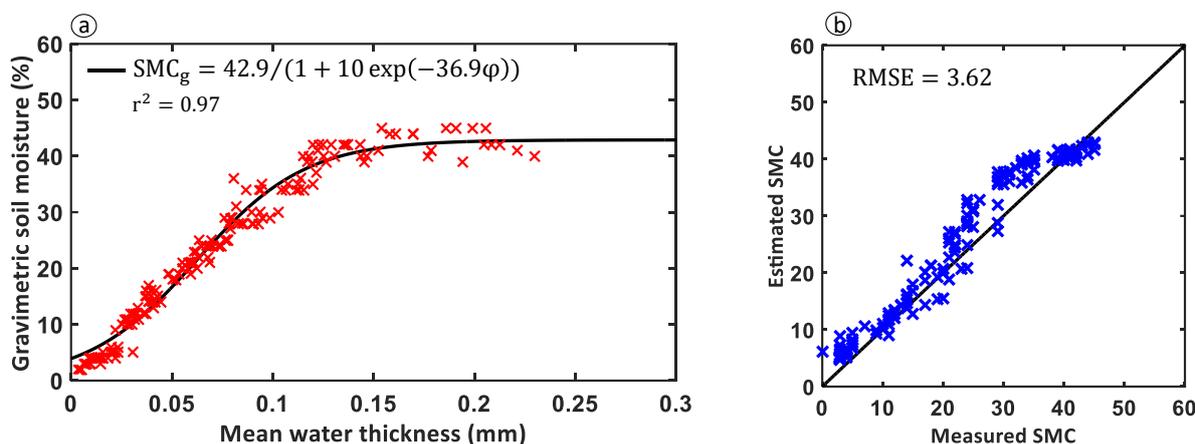


Fig. 3.27. (a) Phase de calibration sur huit sols de Lemoore et (b) estimation de SMC sur les sept autres sols de Lemoore.

Nous avons étendu l'étude aux jeux de données Lob02, Whit04, Les08 et Bab16. Les jeux de données Liu02, Mar12 et Phil14 ont été exclus en raison de protocoles de mesure différents. En effet, comme noté précédemment, la capacité au champ est dépassée dans le jeu de donnée de Liu02 ce qui induit des erreurs importantes dans l'estimation des paramètres L et ε lors de l'inversion de MARMIT. Dans Mar12 les échantillons sont humidifiés au lieu d'être asséchés et nous avons vu que cela avait une forte influence sur la phase de calibration. Enfin, l'angle d'incidence d'éclairage utilisé par Phil14 (30°) est deux fois plus important que pour les autres jeux de données, ce qui engendre une variation de réflectance en fonction du SMC différente de celle des autres jeux de données. En utilisant la classification de [Lacerda et al \(2016\)](#), trois groupes ont été définis ([Fig. 3.28a](#)) : le groupe I contient un mélange de sols argileux et sableux, le groupe II contient des sols sableux et le groupe III contient des sols très sableux selon le LBTC (*Land use and management Brazilian Technical of Classification*). Les groupes ont été formés de sorte qu'ils sont de même taille sur la [Fig. 3.28a](#) et que les points d'un même groupe sont proches les uns des autres. Le r^2 des groupes I, II et III est égal à 0,74, 0,83 et 0,92 alors qu'il est égal à 0,75 pour tous les sols réunis ([Figs 3.28b-e](#)). Cette technique permet donc d'estimer le SMC d'un sol de l'un de ces groupes avec une bonne précision. De plus, le coefficient K du groupe III constitué de sols sableux est inférieur à celui du groupe I qui est un mélange de sols sableux et argileux. On vérifie une fois de plus l'hypothèse stipulant que le paramètre K de la sigmoïde est lié à la porosité du sol.

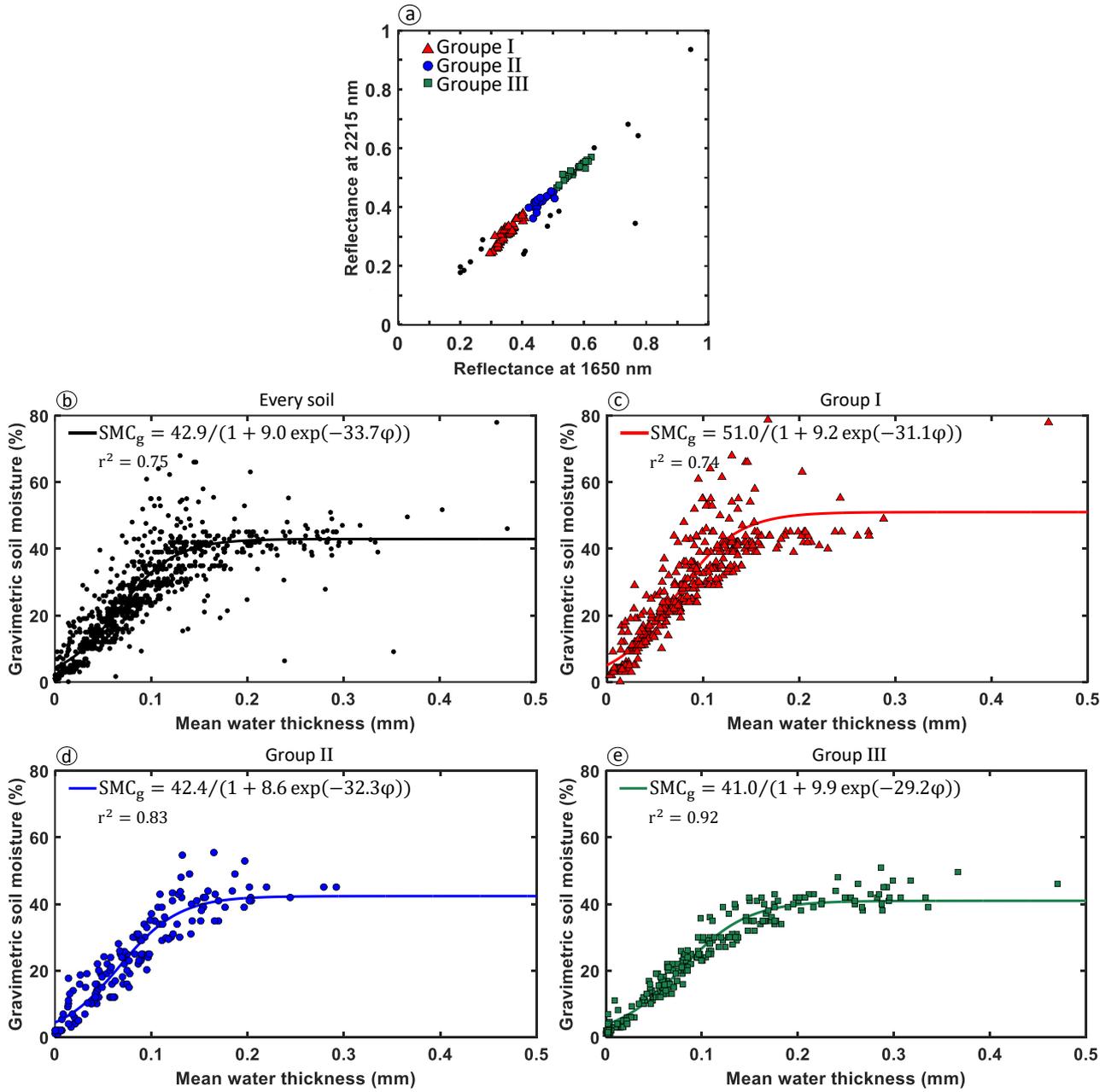


Fig. 3.28. (a) Méthode de classification de Lacerda appliquée à 96 sols de Lob02, Whit04, Les08 et Bab16, les points noirs sont les échantillons non classifiés. Étape de calibration sur (b) tous les sols des mêmes ensembles de données, (c) cinquante-trois sols du groupe I, (d) vingt-deux sols du groupe II et (e) les vingt-cinq sols du groupe III.

Pour conclure cette partie nous avons comparé les performances de MARMITforSMC pour différentes méthodes de classification (Tableau 3.9). N'ayant pas pu tester la restitution du SMC à chaque fois, nous avons décidé de comparer les r^2 obtenus pour le lien entre SMC et φ .

Type de classification		N	r^2	Avantage(s)	Inconvénient(s)
Sol par sol		1	0,98 – 1,00	Estimation très précise du SMC	Approche sol par sol
Classification texturale	Sols sableux	6	0,88	Approche globale et classification sur une base objective	Données texturales souvent indisponibles
	Sols argileux	9	0,86		
Classification de Lesaignoux	Classe I	5	0,72	Approche globale et classification performante	Classification manuelle et arbitraire
	Classe II	16	0,84		
	Classe III	3	0,98		
	Les08	32	0,64		
Classification de Lacerda	Classe I	53	0,74	Approche globale et classification simple d'utilisation et performante	Choix des classes arbitraire
	Classe II	22	0,83		
	Classe III	25	0,92		
	Lob02, Whit04, Les08 et Bab16	113	0,75		

Tableau 3.9. Récapitulatif des classifications utilisées et leur performance.

III.6 Comparaison de MARMITforSMC avec d'autres méthodes

Dans cette section, la méthode MARMITforSMC est comparée à d'autres méthodes d'estimation de l'humidité des sols, publiées dans la littérature (section II.2). Comme ces méthodes nécessitent une phase de calibration, nous avons effectué cette étape et l'étape d'estimation sur les mêmes données, comme dans Sadeghi et al. (2015). Nous avons d'abord comparé MARMITforSMC aux approches semi-empiriques : ce travail a été effectué dans le cadre du stage de L3 effectué par Vu Phan Viet Hoa (USTH) au printemps et à l'été 2017. Puis nous avons comparé MARMITforSMC aux modèles de Sadeghi et de Bach.

III.6.1 Méthodes semi-empiriques

Cinq indices spectraux (Tableau 2.1) et deux approches semi-empiriques décrites dans le Chapitre II, le modèle SMGM (Whiting et al., 2004) et la profondeur d'absorption relative (RAD) (Yin et al., 2013), ont été comparés à MARMITforSMC. Afin d'obtenir une calibration fiable, les résultats fournis par ces méthodes sont comparés à MARMITforSMC pour les jeux de données contenant plus de cinq échantillons de sols (Fig. 3.29). Les résultats les plus mauvais sont obtenus avec les jeux de données Liu02 et Bab16, en raison de la nature diverse des sols. Analysons maintenant les méthodes individuellement :

- 1) Les indices NSMI, NINSOL et NINSON donnent les meilleurs résultats parmi les indices ($5\% < RMSE < 15\%$), contrairement à l'indice NDWI ($8\% < RMSE < 17\%$) qui est principalement utilisé pour détecter l'eau dans la végétation (Gao, 1996 ; Khanna et al., 2007). NSMI, qui donne les meilleurs résultats avec le jeu de données Liu02 contenant des échantillons sursaturés ($RMSE = 14\%$), semble être l'indice le plus approprié pour les sols gorgés d'eau. WISOIL donne également de bons résultats ($RMSE = 13\%$). L'indice NSMI dont une des longueurs d'onde se situe au bord d'une fenêtre atmosphérique dépend des conditions atmosphériques et des largeurs de bande de l'instrument utilisé,

et l'indice WISOIL dont une des longueurs d'onde se situe dans une bande d'absorption atmosphérique est inutilisable en extérieur (section II.2.2.2).

- 2) Le modèle SMGM fonctionne bien avec les jeux de données Whit04 et Mar12 ($RMSE \approx 4\%$) parce que son efficacité dépend de la forme spectrale de la réflectance du sol et parce que les spectres de réflectance de ces sols sont similaires. Le principal inconvénient de ce modèle est qu'il se limite aux sols dont la teneur en eau est inférieure à 32 % (Whiting et al., 2004), bien en deçà du seuil de saturation, et qu'elle n'est pas robuste. Le RMSE est par exemple de 17 % pour les jeux de données Bab16 et Liu02 qui regroupent des sols de natures très diverses et dont les valeurs de SMC peuvent être élevées.
- 3) La méthode RAD conduit à des erreurs acceptables mais ne donne jamais les meilleurs résultats ($6\% < RMSE < 14\%$). Cela signifie qu'elle est robuste mais moins efficace que NSMI, WISOIL et MARMITforSMC. De plus elle utilise une longueur d'onde située dans une bande d'absorption atmosphérique (1940 nm).
- 4) Les performances de MARMITforSMC sont très bonnes ($4\% < RMSE < 12\%$) comparées aux autres méthodes ($4\% < RMSE < 17\%$). C'est la méthode la plus robuste, sauf sur le jeu de données Liu02 pour les raisons déjà discutées.

Outre le fait qu'elle fonctionne mieux ou aussi bien que les méthodes empiriques, l'approche MARMITforSMC repose sur un modèle physique. Il est donc plus aisé de comprendre les phénomènes mis en jeux.

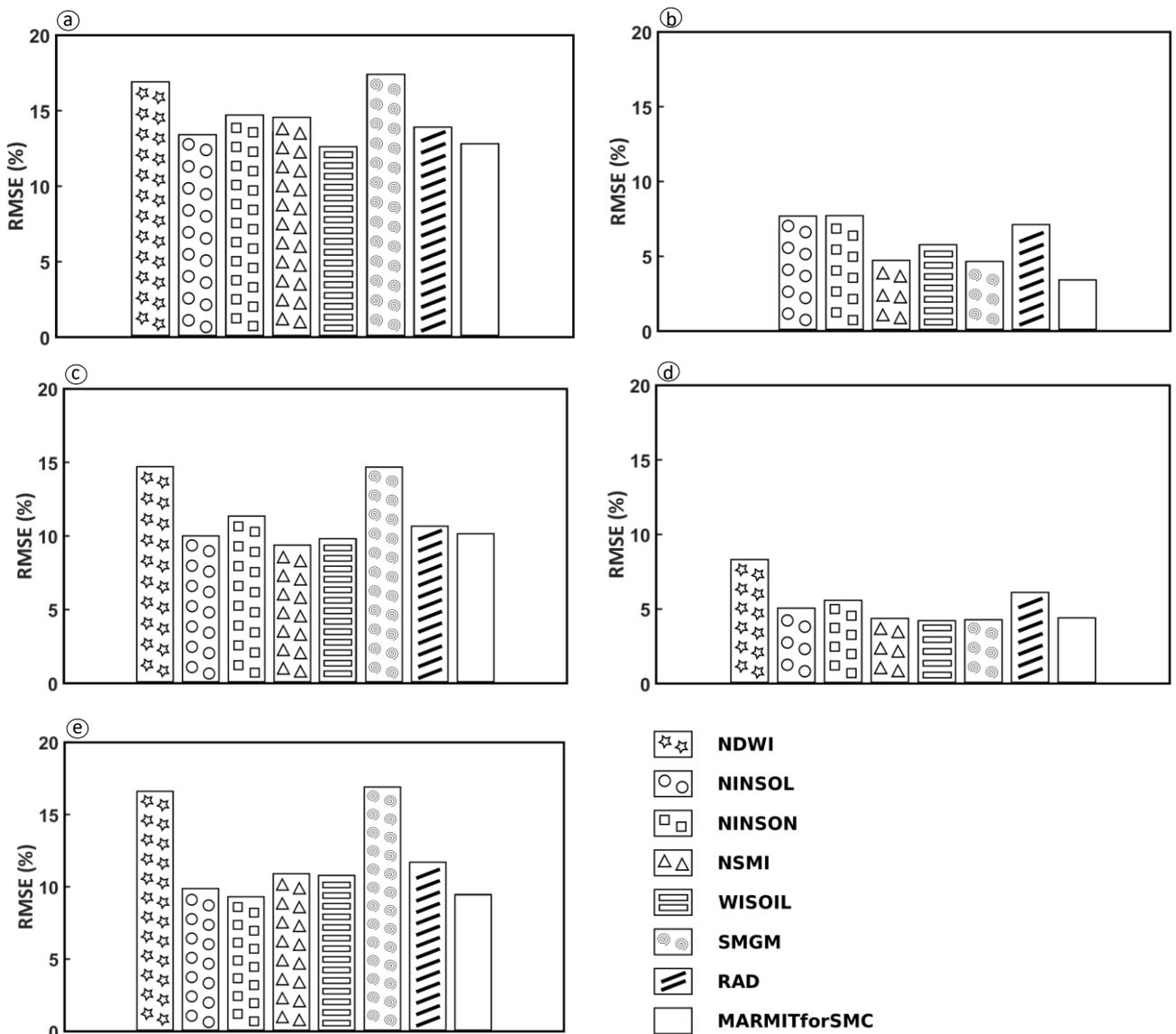


Fig. 3.29. Comparaison des RMSE obtenus avec les indices spectraux, les méthodes SMGM et RAD et MARMITforSMC en utilisant les jeux de données : (a) Liu02, (b) Whit04, (c) Les08, (d) Mar12 et (e) Bab16. NDWI ne peut pas être appliqué sur le jeu de données Whit04 parce que la réflectance à 860 nm n'est pas disponible (Vu, 2017).

III.6.2 Modèles physiques

Nous avons comparé MARMITforSMC aux modèles de Bach et de Sadeghi (section II.2.2). On obtient des résultats similaires pour chacun des sols du jeu de données Lob02 mais de bien meilleurs résultats que le modèle Sadeghi pour les deux types de sols du jeu de données Whit04 (Tableau 3.10). Les RMSE sont divisés par deux. Ceci est probablement dû au fait que, dans la phase de calibration du modèle Sadeghi, un seul spectre de réflectance transformé de sol sec et humide peut être obtenu par inversion, et ce, même si différents sols sont étudiés. Dans MARMIT, le spectre propre de réflectance du sol sec est utilisé pour chaque sol.

Jeu de données	Sol	RMSE (%)	
		Sadeghi	MARMITforSMC
Lob02	Andisol	3.6	2.4
	Entisol	1.2	2.4
	Aridosol	0.5	1.1
	Mollisol	3.0	2.8
Whit04	Lemoore	6.7	2.7
	Tomelloso	7.7	3.3

Tableau 3.10. Comparaison de l'estimation de SMC avec la méthode MARMITforSMC et le modèle de Sadeghi pour les jeux de données Lob02 et Whith04. En gras les meilleurs RMSE.

Comme mentionné dans la [section III.1](#), MARMIT tire son origine du modèle de Bach. Bach a établi une relation linéaire entre SMC et L . Nous avons appliqué la même phase de calibration que dans MARMITforSMC et relié SMC à φ grâce à une sigmoïde. L'ensemble des données Whit04 et les trois classes de Les08 ont été comparées. MARMITforSMC conduit à un meilleur RMSE ([Tableau 3.11](#)), même si le modèle de Bach s'adapte mieux aux spectres de réflectance mesurés ([Fig. 3.7](#)) grâce à un coefficient d'absorption d'eau adapté et un paramètre d'efficacité non borné.

Jeu de données		RMSE (%)	
		Bach	MARMITforSMC
Whit04		5.3	3.4
Les08	Complet	12.2	10.1
	Class I	10.5	8.2
	Class II	6.7	4.5
	Class III	1.5	1.0

Tableau 3.11. Comparaison entre la méthode MARMITforSMC et le modèle de Bach pour l'estimation de SMC sur les jeux de données Whit04 et Les08. En gras les meilleurs RMSE.

Synthèse du chapitre III

Un modèle physique simple a été développé et exploité pour la modélisation de spectres de réflectance de sols nus, puis pour l'estimation de SMC. Il est appliqué sur sept jeux de données indépendants rassemblant 217 échantillons de sol collectés en Chine, en France, en Espagne, en Tunisie et aux États-Unis. Nous avons vu que si l'ajustement est bon pour les faibles teneurs en eau ($RMSE \approx 1\%$ pour $SMC \leq 20\%$), c'est moins le cas pour les teneurs en eau modérées ou élevées ($RMSE \approx 2\%$ pour $SMC \geq 20\%$) ([Fig. 3.6](#)). Cela pourrait provenir de la non-prise en compte de particules de sols dans la lame d'eau recouvrant le sol ([Philpot, 2010](#)). Une version améliorée du modèle MARMIT tenant compte de ce phénomène est proposée dans le [chapitre VI](#). La méthode MARMITforSMC estime le SMC en trois étapes clés : (1) inversion de MARMIT, (2) calibration et (3) estimation. Malgré le problème d'ajustement du spectre, l'étape (2) explique très bien l'évolution du SMC avec φ lorsque les sols sont considérés individuellement ($r^2 \geq 0.95$). La variation de l'humidité du sol en fonction de l'épaisseur moyenne de la lame d'eau est bien décrite par une fonction sigmoïde, dont certains paramètres sont liés aux propriétés chimiques et physiques du sol. Le paramètre K (valeur maximale de la

fonction) semble être lié au SMC à saturation ; les paramètres α (position de la courbe sur l'axe des x) et ψ (pente entre les deux asymptotes horizontales) sont probablement liés à la minéralogie des sols mais nous manquons de données pour étayer cette hypothèse. Comme l'objectif de la méthode est d'estimer le SMC à l'aide de données de télédétection, quel que soit le type de sol, une calibration sol par sol est difficilement envisageable. Nous avons classé les sols pour en déduire des équations de calibration globales et précises. La méthode de classification la plus opérationnelle proposée par [Lacerda et al \(2016\)](#) a été testée avec succès sur les trente sols de Lemoore du jeu de données Whit04 (RMSE = 3.62 %) et plus généralement sur les sols des jeux de données Lob02, Whit04, Les08 et Bab16. En effet, nous avons déterminé trois groupes avec des coefficients de détermination de la relation entre SMC et φ de 0,74, 0,83 et 0,92 respectivement pour les groupes I, II et III. Enfin, MARMITforSMC a été comparé aux méthodes existantes d'estimation de SMC : la méthode fonctionne aussi bien, voire mieux, que les autres méthodes de la littérature, en particulier mieux que celle qui s'appuie sur le modèle de Bach. De plus, nous avons prouvé que le SMC pouvait être estimé avec la même précision que les mesures à l'aide de sondes TDR grâce à une classification appropriée (RMSE ~ 3%). Le principal avantage de ce modèle est qu'il est facile à comprendre et qu'il ne nécessite pas une puissance de calcul importante. De plus, il semble être évolutif. L'inconvénient de MARMITforSMC est qu'il nécessite une étape de calibration qui dépend du sol et qui nécessite de connaître le spectre de réflectance du sol sec. Le premier problème peut être résolu par une classification des sols basée sur leurs signatures spectrales et le second par imagerie hyperspectrale à forte répétitivité temporelle. Nous avons également montré que MARMIT n'était pas adapté aux sols saturés en eau. Le modèle peut être amélioré en tenant compte de la réflectance spéculaire (le terme r_{12}). Enfin, MARMIT permet d'estimer la teneur en eau dans le premier centimètre, mais qu'en est-il de l'estimation de l'eau plus en profondeur ? Peut-elle être estimée à partir de mesures surfaciques telles que les mesures hyperspectrales dans le domaine réflectif ? Autrement dit, comment l'eau se distribue-t-elle au sein d'un sol ? Le chapitre suivant répondra à ces questions.

Chapitre IV

Humidité surfacique vs humidité volumique

Dans la [section III.4](#), nous avons montré que la méthode MARMITforSMC permettait d'estimer la teneur en eau du premier centimètre d'un sol dans le domaine réflectif connaissant son spectre de réflectance à l'état sec. Or la teneur en eau varie en profondeur, parfois rapidement, en particulier dans les premiers centimètres du sol où elle est influencée par les échanges avec l'atmosphère et dépend des propriétés hydrauliques du sol ([Montzka et al., 2011](#)). Le but de ce chapitre est d'établir des relations entre humidité surfacique et humidité volumique d'un sol. Après une synthèse des travaux de recherche sur l'estimation des profils d'humidité, nous décrivons une expérience menée durant la thèse qui nous a permis de déterminer des profils d'humidité très précis sur deux sols à l'aide de MARMITforSMC pour différentes quantités d'eau infiltrée. Nous comparerons ces mesures aux résultats apportés par les modèles et les mesures issus de la littérature.

IV.1 Estimation et modélisation des profils d'humidité

On peut distinguer trois profils d'humidité dans un sol auquel des apports d'eau exogènes ont été appliqués (Fig. 4.1) (Al-Hamdan & Cruise, 2010) :

(1) juste après humidification : l'eau est apportée sur un sol initialement sec, le sol est humide près de la surface et sec en profondeur ;

(2) longtemps après humidification : le sol est sec dans les couches supérieures mais il retient l'humidité dans les couches plus profondes ;

(3) peu de temps après humidification : profil de forme parabolique qui peut se développer dans les heures qui suivent l'événement.

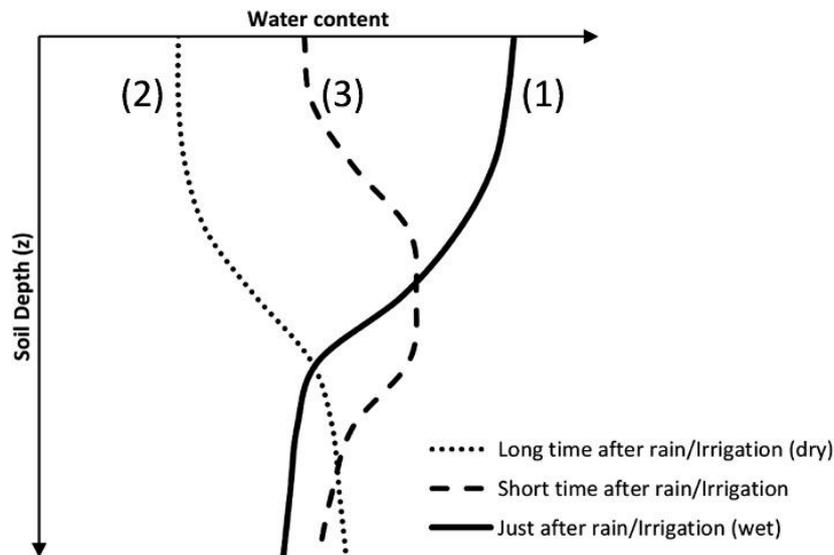


Fig. 4.1. Évolutions théoriques de la teneur en eau d'un sol en fonction de la profondeur et du temps de séchage (Mishra et al., 2015).

L'écoulement de l'eau dans un sol est gouverné par l'équation de Richards pour un milieu non saturé et par la loi de Darcy pour un milieu saturé. Le calcul d'un profil d'humidité grâce à ces lois est complexe car les paramètres d'entrée sont difficilement accessibles ou estimables (conductivité et charge hydraulique) et elles requièrent parfois de longs temps de calculs. De nombreuses études tentent de relier l'humidité de surface à l'humidité en profondeur (Edwards et al., 2013a, Haubrock et al., 2008b) ou de l'estimer à l'aide de modèles simplifiés (Kostov & Jackson, 1993 ; Mishra et al., 2015 ; Zhang et al., 2017), le plus souvent par des approches probabilistes (e.g., Assouline et al., 1998 ; Pachepsky et al., 2006) et plus récemment grâce à des réseaux de neurones (Kornelsen & Coulibaly, 2014 ; Pan et al., 2017). Par exemple, Edwards et al. (2013a,b) comparent l'humidité de surface d'un sable à des mesures effectuées en profondeur. Ils établissent une relation de calibration entre la réflectance du sol mesurée à l'aide d'un spectroradiomètre et la teneur en eau mesurée dans le premier centimètre. Ils déterminent ensuite l'humidité en profondeur à l'aide de deux sondes TDR munies de broches de 1,5 cm et 6 cm de long. La première sonde mesure l'humidité sur tout le volume du sol jusqu'à environ 1,5 cm de profondeur et la seconde sur tout le volume du sol jusqu'à environ 6 cm de profondeur. Ce

dispositif a mis en évidence une grande disparité entre les mesures de SMC en surface et celles intégrées à différentes profondeurs : la teneur en eau en surface est en moyenne 2,5 % plus faible que celle à 1,5 cm de profondeur et 4,4 % plus faible que celle à 6 cm de profondeur.

Han & Zhou (2013) ont développé une approche numérique basée sur le modèle de Philip & de Vries (1957) qui permet d'établir le profil d'humidité d'un sol sableux en fonction de l'évaporation de surface. Ils comparent leurs résultats à des mesures de sondes TDR placées dans un tube de 20 cm de diamètre à différentes profondeurs : 5 cm, 15 cm, 25 cm, 35 cm et 45 cm (Fig. 4.2). Ils ont aussi enregistré la température, un des paramètres d'entrée de leur modèle. Le sable a été humidifié par capillarité en apportant une quantité d'eau connue en bas de l'échantillon. Une fois l'équilibre atteint, c'est-à-dire quand l'eau a cessé de monter dans l'échantillon, une lampe infrarouge permet d'accélérer l'évaporation de l'eau en surface.

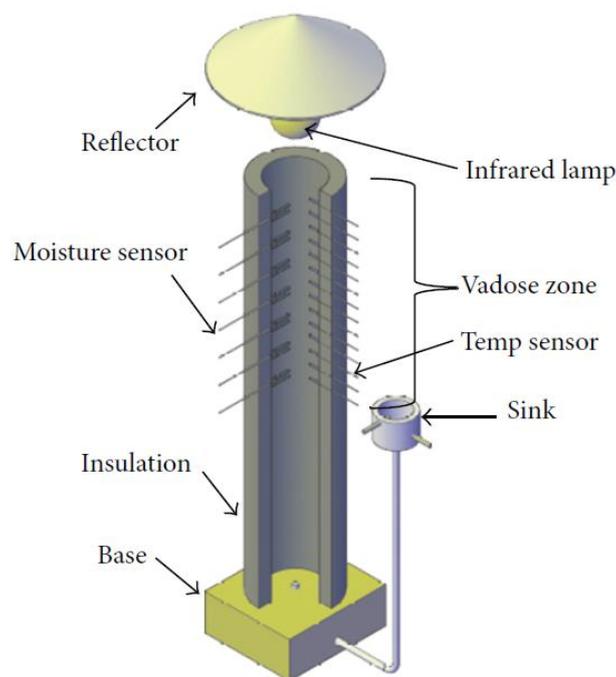


Fig. 4.2. Schéma du dispositif instrumental utilisé lors de l'expérience menée par Han & Zhou (2013).

Après calibration de leur modèle, Han & Zhou (2013) comparent l'évolution au cours du temps de la teneur en eau mesurée aux différentes profondeurs par les sondes aux valeurs estimées (Fig. 4.3a). Les teneurs en eau volumiques estimées sont très proches de celles mesurées. Ces auteurs modélisent aussi les profils d'humidité à différents états sur le 1,5 premier centimètre (Fig. 4.3b) mais ils ne disposent pas de données expérimentales de SMC pour valider leur modèle.

Mishra et al. (2015) valident un modèle probabiliste qui reproduit un profil d'humidité après une irrigation uniforme sur le sol. Ce modèle est basé sur le principe d'entropie maximum (POME pour *Principle Of Maximum Entropy*, Singh, 1997 ; Mays et al., 2002). Ils comparent leur méthode à des données acquises sur le terrain avec des sondes TDR qui mesurent SMC à différentes profondeurs. Pour calibrer leur modèle, ils ont

besoin des teneurs en eau en surface et en profondeur, ainsi que du point maximum de teneur en eau pour le cas intermédiaire décrit précédemment (Fig. 4.4).

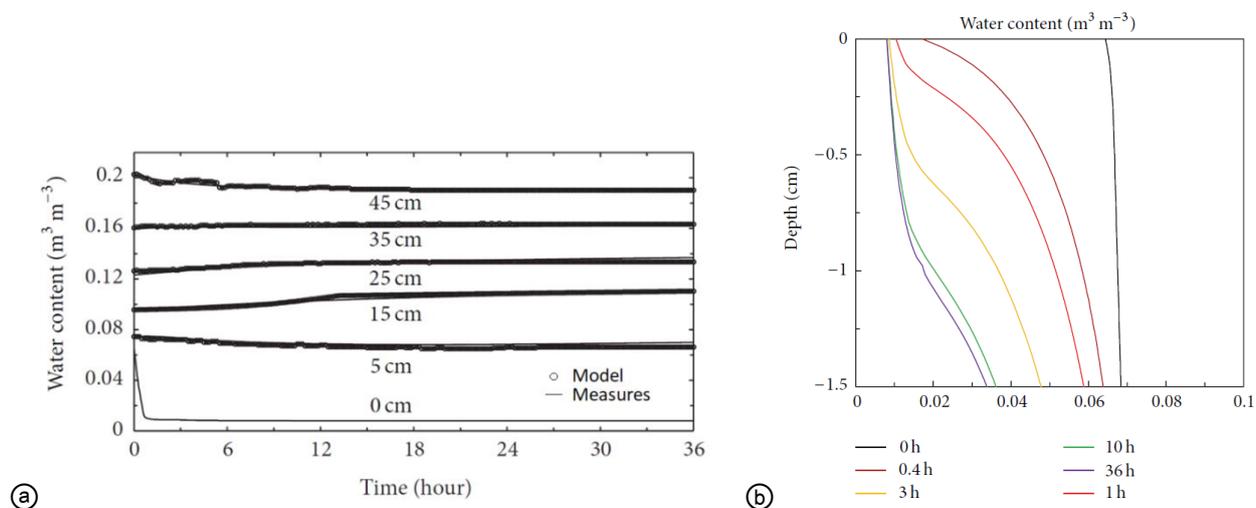


Fig. 4.3. (a) Résultats du modèle de Han & Zhou (2013) après calibration comparés aux mesures d'humidité des sondes TDR et (b) profil d'humidité modélisé sur le 1,5 premier centimètre à différentes durées (en heures) après la fin de l'infiltration.

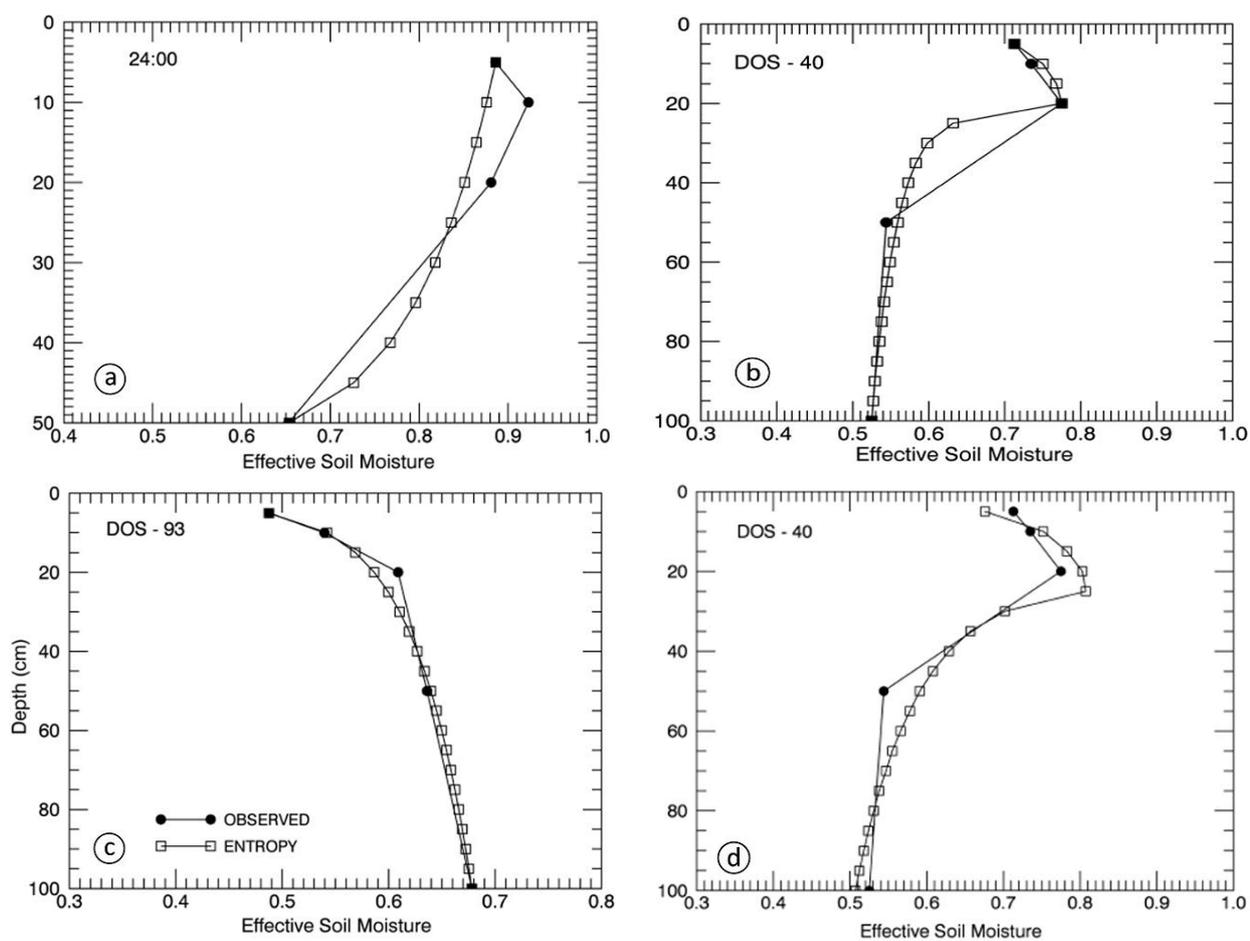


Fig. 4.4. Calibration de la méthode POME sur un profil d'humidité acquis : (a) 24h après l'infiltration, (b) 40 jours après l'infiltration et (c) 93 jours après l'infiltration. Les carrés noirs pleins sont les mesures des sondes TDR utilisées pour la calibration. Enfin, (d) utilisation de la méthode POME après calibration (Mishra et al., 2015).

Ils reproduisent assez fidèlement le profil mesuré sur le terrain mais, comme cela a été signalé plus haut, une calibration préalable de leur modèle est nécessaire. Comme pour [Han & Zhou \(2013\)](#), ils manquent de données pour valider leur modèle à toutes les profondeurs. Plus généralement, dans tous les articles qui tentent d'estimer des profils de teneur en eau, les résultats sont comparés à d'autres modèles d'infiltration ou à des mesures de teneur en eau avec des capteurs d'humidité des sols. Or ceux-ci mesurent des valeurs intégrées de SMC sur un volume plus ou moins grand, qui dépend de la taille des broches ([Petropoulos et al., 2013](#)). Aucun modèle de la littérature n'a été comparé à un profil continu d'humidité et bien résolu spatialement. Enfin, les modèles sont validés sur une petite quantité d'échantillons, surtout des sables. C'est la raison pour laquelle nous avons mis en œuvre une expérience qui permet de déterminer un profil d'humidité très précis sur les dix premiers centimètres d'un sable blanc et d'un sol argileux.

IV.2 Expérience de l'aquarium

Le but de cette expérience est de relier la réflectance et la teneur en eau de surface d'un sol à la teneur en eau en profondeur. Pour cela nous avons rempli un aquarium aux parois de verre d'un sol puis nous avons apporté graduellement de l'eau en surface. Un spectroradiomètre ASD mesure la réflectance du sol en surface alors que des caméras hyperspectrales enregistrent des images à haute résolution spatiale sur une des faces de l'aquarium. Les mesures de réflectance acquises entre 400 nm et 2500 nm permettront de relier la réflectance du sol en surface à celle en profondeur. Nous pourrons ensuite estimer le SMC grâce à MARMITforSMC pour relier l'humidité de surface à l'humidité de volume dans l'échantillon.

IV.2.1 Échantillons de sols et banc de mesures

Un sable pur (POC1) et un sol argileux (81Lautrec) des jeux de données Bab16 et Les08 ont été étudiés. Le sable est constitué de gros grains de taille homogène alors que le sol argileux est constitué de grains plus petits de taille hétérogène ([Fig. 4.5](#)).



Fig. 4.5. Sable blanc POC1 (gauche) et sol argileux 81 Lautrec (droite) dans des boîtes de Petri.

Les sols ont été versés dans un aquarium en verre de dimensions 27,5 cm × 13 cm × 20 cm (L × l × h). Ses parois ont une épaisseur moyenne de 1,5 cm, les coins étant un peu plus épais que les faces. Le dispositif expérimental est illustré dans les Figs 4.6 et 4.7 et un récapitulatif des principales caractéristiques des instruments optiques est disponible dans le Tableau 4.1.

- Pour l'acquisition des spectres de luminance de la surface du sol, nous avons utilisé le spectroradiomètre ASD FieldSpec 3 HR équipé d'une lentille de 5° d'ouverture et visant la surface du sol verticalement à une distance de 37 cm, ce qui correspond à une zone de visée circulaire de 3,24 cm de diamètre sur le sol. Deux lampes halogènes positionnées de part et d'autre du spectroradiomètre éclairent la surface.
- Pour l'acquisition des spectres de luminance latéraux, nous avons utilisé deux caméras hyperspectrales (HySpex VNIR-1600 et HySpex SWIR-320m-e) avec la focale la mieux adaptée pour une scène éloignée de 30 cm. Ces caméras sont fixes et enregistrent la luminance de la cible selon une ligne verticale d'un pixel de large. Les pixels de la caméra VNIR ont pour dimension 0,06 mm × 0,12 mm alors que ceux de la caméra SWIR ont pour dimension 0,287 mm × 0,287 mm au niveau de la paroi de l'aquarium. Les images sont formées en faisant défiler l'aquarium devant les caméras à l'aide d'un plateau mobile. Elles sont constituées de 720 lignes verticales dans le VNIR et de 360 lignes verticales dans le SWIR. Afin de s'assurer que les images sont superposables, nous avons délimité la zone étudiée à l'aide de morceaux de scotch et nous avons vérifié que les deux caméras couvraient bien la même zone qui fait 10 cm de long sur 9 cm de large. Les deux visent horizontalement la face avant de l'aquarium qui est éclairée par une troisième lampe halogène.

Instrument	Gamme spectrale (nm)	Intervalle d'échantillonnage (nm)	Nombre de bandes	Angle d'ouverture / champ de vue
ASD	350-2500	1,4-2	1512	5°
Caméra VNIR	400-1000	3,7	160	0,18 mrad
Caméra SWIR	1000-2500	6	256	0,75 mrad

Tableau 4.1. Détails techniques des capteurs hyperspectraux.

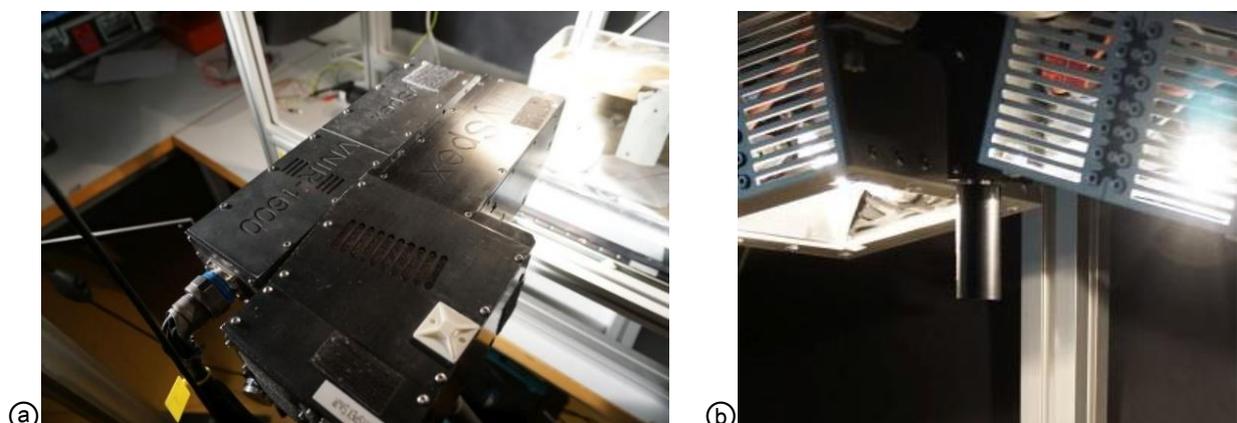


Fig. 4.6. Photos (a) des caméras HySpex et (b) du pistolet de l'ASD avec l'objectif de 5°.

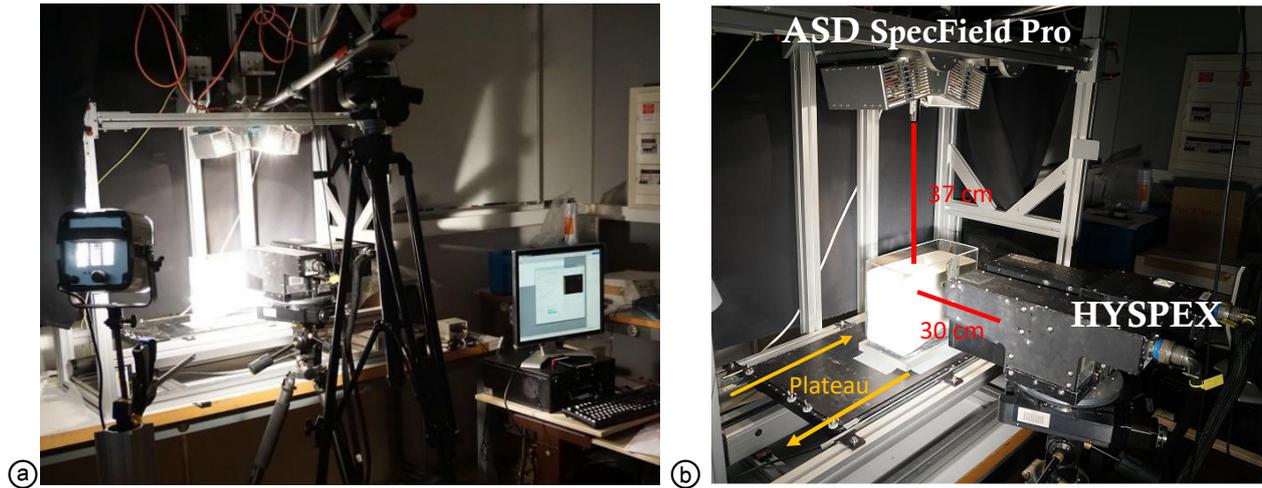


Fig. 4.7. (a) Ensemble du dispositif et (b) zoom sur les caméras, l'aquarium et l'ASD.

Enfin, deux sondes TDR (*Time Domain Reflectometry*) mesurent l'humidité volumique des sols à deux profondeurs : une sonde Trime-Pico 64/32 (bleue) dont les broches font 5 cm de long et une sonde Fieldsout TDR 100 (rose) dont les broches font 3,7 cm de long. L'humidité est détectée jusqu'à une distance de 3 cm autour des broches (manuels d'utilisation). La précision des sondes fournie par les constructeurs est de $\pm 3\%$ d'humidité volumique.

IV.2.2 Protocole de mesure

Les mesures se déroulent en quatre étapes :

- (1) le sol est humidifié à l'aide d'une soucoupe jardinière en plastique rectangulaire percée de trous de 2 mm de diamètre à une extrémité (Fig. 4.8). En la déplaçant régulièrement le long de l'aquarium tout en ajoutant de l'eau nous a permis d'humidifier la surface uniformément tout en limitant le changement d'aspect du sol pendant l'humidification. Le contrôle de la quantité d'eau versée est effectué par pesée grâce à une balance de précision. Après humidification, l'aquarium est replacé sur le plateau exactement à la même position délimitée par des marqueurs.
- (2) Les spectres de luminance de la surface du sol sont acquis grâce à l'ASD après une mesure de luminance du panneau de Spectralon. Chaque mesure est une moyenne de 50 spectres. Pendant toute la durée de la mesure, une plaque opaque occulte la lumière de la lampe éclairant l'aquarium de côté.
- (3) Les images hyperspectrales sont acquises grâce aux caméras HySpex. Une mesure de luminance du panneau de Spectralon disposé verticalement devant l'aquarium est faite au début de l'expérience.
- (4) L'humidité volumique du sol est déterminée grâce aux sondes TDR, d'abord la bleue puis la rose. Ces mesures sont réalisées à une extrémité de l'aquarium et les mesures ASD à l'autre extrémité car les sondes modifient légèrement l'aspect du sol en surface.



Fig. 4.8. Humidification du sol (à gauche) et résultats de l’humidification en surface et en profondeur (à droite).

A la fin d’un cycle de mesures, un volume d’eau est ajouté et, une fois que le front d’eau s’est stabilisé, nous réalisons un nouveau cycle de mesures. Nous avons réalisé au total neuf cycles correspondant à huit taux d’humidité ([Tableau 4.2](#)) plus le sol sec.

Niveau d’humidité	Sable		Argile	
	Masse d’eau (g)	Masse d’eau cumulée (g mm)	Masse d’eau (g)	Masse d’eau cumulée (g mm)
1	100,3	100,3 2,8	96,5	96,5 2,7
2	105,9	206,2 5,8	98,2	194,7 5,5
3	99,1	305,3 8,5	108,2	302,9 8,5
4	107,0	412,3 11,5	99,6	402,5 11,3
5	112,5	524,8 14,7	115,3	517,8 14,5
6	101,1	625,9 17,5	127,2	645,0 18,1
7	109,6	735,5 20,6	180,1	825,1 23,1
8	209,7	945,2 26,5	208,1	1033,2 28,9

Tableau 4.2. Quantités d’eau versée sur le sol à chaque étape d’humidification.

Les masses d’eau versées [en g] ont été traduites en valeurs de pluviométrie [en mm] afin de les comparer à des précipitations naturelles. Par comparaison, Météo-France indique un cumul mensuel de pluies de 55 mm à Paris. Une pluie faible correspond à une pluviométrie de 1 à 3 mm h⁻¹, une pluie moyenne à une pluviométrie de 4 à 7 mm h⁻¹, et une pluie forte à une pluviométrie de 8 mm h⁻¹ ou plus. Lors de certains événements extrêmes, Météo-France a enregistré des valeurs dépassant 100 mm h⁻¹. Les quantités d’eau versées dans l’aquarium lors de notre expérience correspondent à des pluies faibles à exceptionnelles.

IV.3 Traitement des données

L’analyse des données a nécessité une succession de prétraitements parfois complexes. Nous avons d’abord supprimé les pixels inutiles ramenant la dimension des images à 320 pixels × 300 pixels ([Fig. 4.9](#)). La première

étape est le recalage et la concaténation des bandes spectrales des images VNIR et SWIR issues des deux caméras. Celles-ci ayant des champs de vue instantanés (IFOV pour *Instantaneous Field of View*) différents, les résolutions spatiales des images sont différentes. La résolution spatiale de l'image VNIR est ramenée à celle de l'image SWIR qui est la moins bonne à l'aide de l'algorithme du plus proche voisin. Cette étape a été réalisée grâce au logiciel ENVI (Harris Geospatial Solutions).

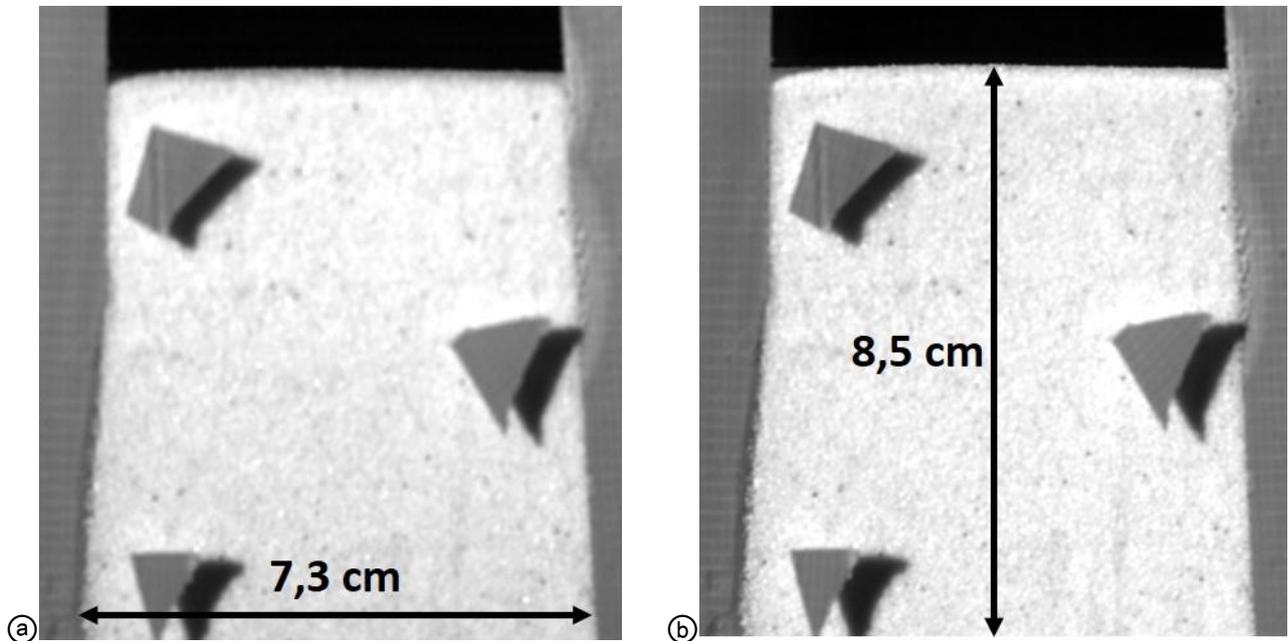


Fig. 4.9. Images (a) VNIR dans la bande 152 (963 nm) et (b) SWIR dans la bande 1 (966 nm) à dimensions égales pour le sable blanc contenu dans l'aquarium.

Les deux images ont ensuite été recalées à l'aide du logiciel GeFolki (<https://w3.onera.fr/medusa/gefolki>) de l'ONERA, qui se base sur un processus multi-échelle et utilise l'algorithme de Lucas-Kanade (Brigot et al., 2016). Nous obtenons ainsi une seule image de dimension 320 pixels (lignes) \times 300 pixels (colonnes) dont chaque pixel carré (0,287 mm \times 0,287 mm) contient 408 bandes spectrales. Les huit dernières bandes spectrales de la caméra VNIR, également mesurées par la caméra SWIR, ont été supprimées pour éviter le chevauchement des données. Il est donc possible d'afficher un spectre de luminance pour chaque pixel de l'image (Fig. 4.10). Nous remarquons un saut de luminance à 966 nm, longueur d'onde à la limite entre les images VNIR et SWIR, qui devrait théoriquement disparaître lors du calcul de la réflectance.

Comme décrit dans la [section III.2](#), pour passer de la luminance à la réflectance nous écrivons :

$$R_{syst} = \left(\frac{L_{syst}}{L_{spec}} \right) \times R_{spec} \quad (4.1)$$

avec R_{syst} et L_{syst} la réflectance et la luminance du système sol-aquarium, et R_{spec} et L_{spec} la réflectance et la luminance du panneau de Spectralon SRT16.

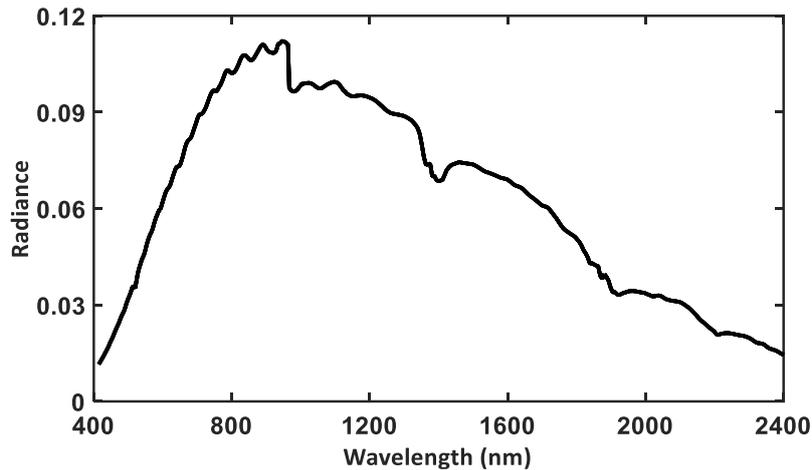


Fig. 4.10. Spectre de luminance [*radiance* en $\text{W sr}^{-1} \text{m}^{-2}$] d'un pixel correspondant au sable blanc mesuré par les deux caméras hyperspectrales.

Il est nécessaire de corriger l'effet de la paroi en verre de l'aquarium sur les spectres de réflectance. Nous avons pour cela mesuré sa transmittance en plaquant une feuille de papier blanc contre la face interne de l'aquarium, puis contre sa face externe. Au premier ordre, la transmittance de la paroi en verre est égale à (Fig. 4.11) :

$$\tau(\lambda) = \frac{R_{\text{feuille+aquarium}}}{R_{\text{feuille}}} \quad (4.2)$$

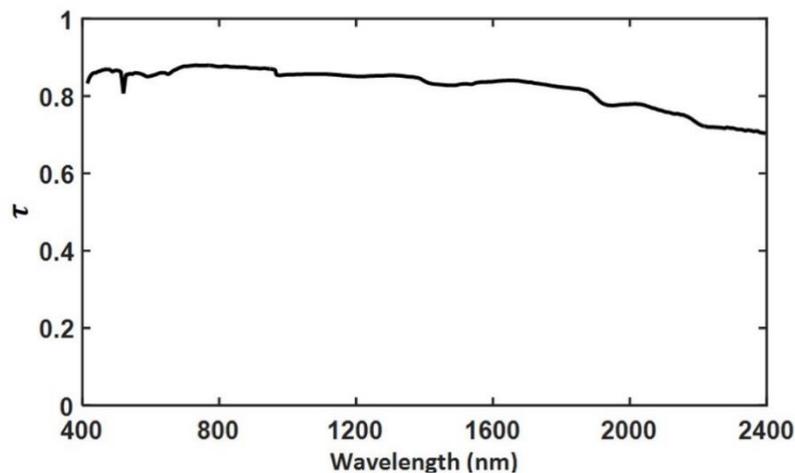


Fig. 4.11. Transmittance spectrale des parois de l'aquarium τ dans le domaine réflectif.

Nous avons donc divisé chaque spectre de réflectance du système sol-aquarium par $\tau(\lambda)$ afin de calculer la réflectance du sol. Nous avons ensuite corrigé le problème du saut de réflectance à 966 nm, toujours visible après la calibration (Fig. 4.12). La cause de ce saut reste inconnue : il pourrait être dû à une instabilité des caméras ou à un fonctionnement non nominal de l'obturateur de l'une des deux caméras. N'ayant pas réussi à supprimer cet artefact de mesure, nous avons utilisé les mesures effectuées sur le sable blanc sec pour comparer les spectres de réflectance acquis avec l'ASD à la surface du sol aux spectres de réflectance acquis latéralement

avec les caméras. Nous avons choisi le sable blanc car la taille des grains est homogène en surface et en profondeur. La Fig. 4.12 montre que la réflectance du sable blanc est surestimée par la caméra HySpex VNIR. Pour chaque pixel, nous avons donc calculé le rapport de réflectance à la jonction entre le spectre mesuré par la caméra VNIR et celui mesuré par la caméra SWIR, puis nous avons divisé le spectre VNIR par ce coefficient afin d'obtenir un spectre corrigé pour les deux sols (Fig. 4.12).

$$Coeff = \frac{R(\lambda = 963,3 \text{ nm})}{R(\lambda = 966,7 \text{ nm})} \quad (4.3)$$

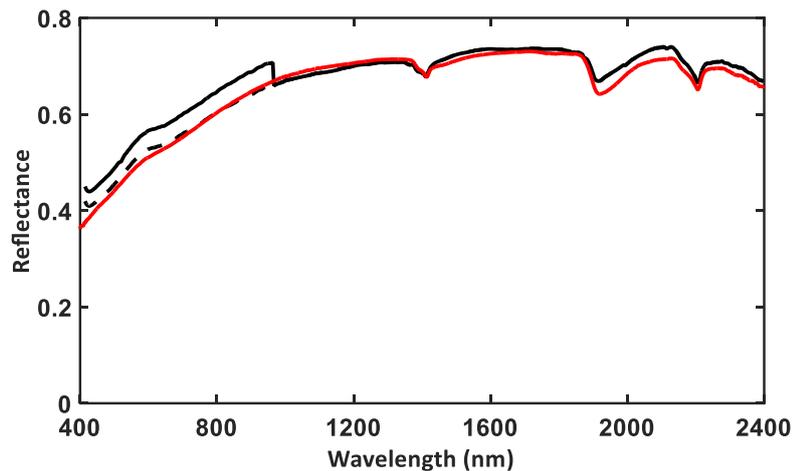


Fig. 4.12. Spectre de réflectance du sable blanc non corrigé (noir) comparé au spectre du même sol acquis en surface par l'ASD (rouge). En pointillés le spectre du sol dans l'aquarium corrigé du saut.

IV.4 Résultats

IV.4.1 Analyse de la réflectance

Nous avons d'abord mesuré l'impact d'une éventuelle variation de l'éclairage pendant l'expérience sur les mesures de réflectance. Deux causes de variation ont été identifiées : 1) la luminosité des lampes peut dériver au cours du temps ou 2) la lumière de l'extérieur qui pénètre légèrement dans la pièce changeait au cours de la journée. Ces variations d'éclairage sont théoriquement corrigées par la mesure régulière de la luminance du panneau de Spectralon. Ce dernier devant être disposé verticalement, manœuvre périlleuse, un seul spectre a été acquis en début d'expérience. Pour mesurer l'impact d'un changement de luminosité, nous avons observé la zone la plus profonde du sable (zone 20) pour les mesures 1 à 5. On constate des différences de réflectance alors que la zone reste sèche (Fig. 4.13a). Afin de vérifier que ce changement est bien dû à la luminosité, nous avons utilisé les morceaux de scotch collés sur la face extérieure de l'aquarium. La réflectance du scotch (Fig. 4.13b) variant de la même manière que la réflectance de la zone 20 du sable contenu dans l'aquarium au cours de la journée, c'est bien un changement de luminosité qui induit un changement de réflectance. Cette variation reste cependant faible, au maximum de 4 % pour le sable blanc.

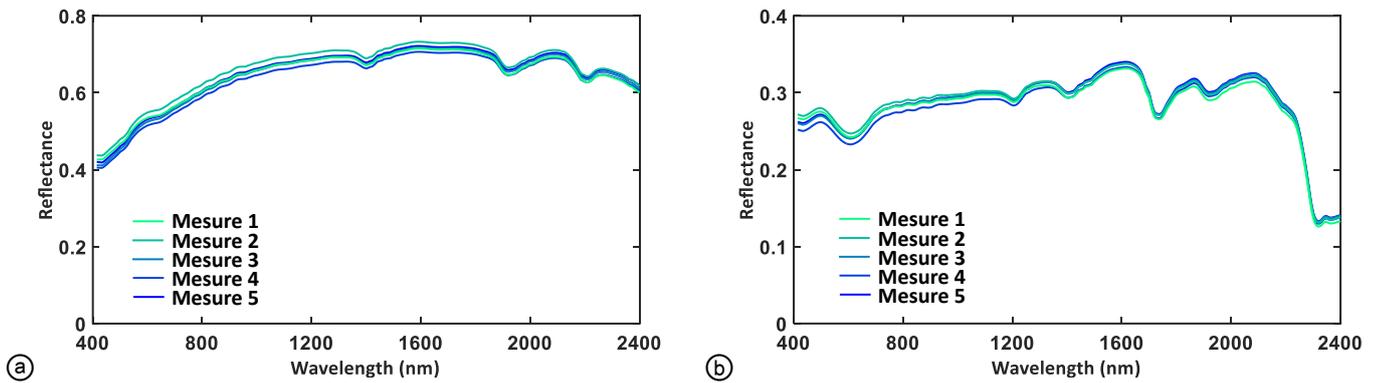


Fig. 4.13. Variation de la réflectance (a) du sable sec dans la zone vingt et (b) des morceaux de scotch collés sur l'aquarium.

Nous avons commencé par étudier la variation de la réflectance en fonction de la profondeur afin d'établir un lien avec la réflectance de surface. Pour cela, nous avons divisé l'aquarium en vingt zones de même aire (78 pixels × 15 pixels) situées à différentes profondeurs (Fig. 4.14).

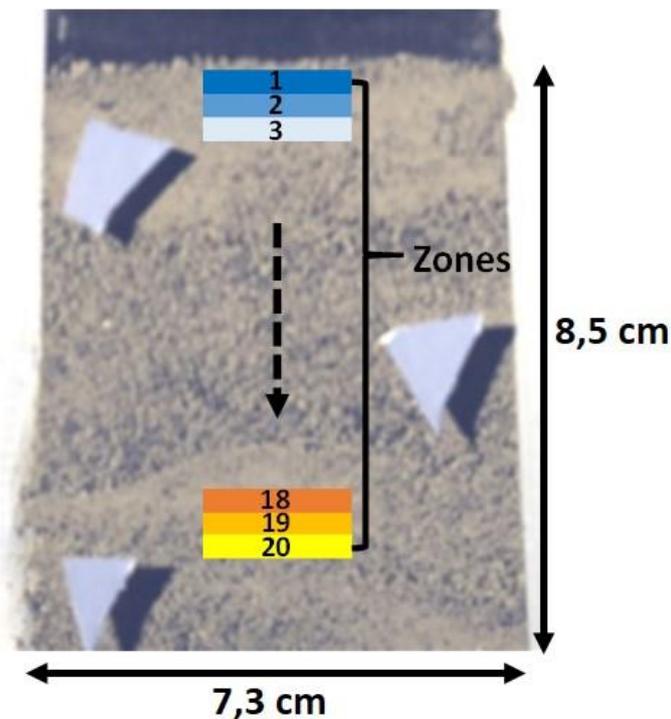


Fig. 4.14. Représentation des zones sur l'image RGB de l'argile sèche.

Pour chaque sol, nous avons tracé la réflectance de chaque zone à différents taux d'humidité ainsi que les spectres acquis par l'ASD (Fig. 4.15). La réflectance du sable humide est plus élevée en surface qu'en profondeur. Cette différence de réflectance ne peut être imputée qu'à la teneur en eau puisque les autres propriétés du sol (composition minéralogique, composition en matière organique, texture...) influençant la réflectance ne varient pas. La réflectance la plus faible, qui correspond à la couche de sol la plus humide, apparaît de plus en plus profondément au fur et à mesure qu'on ajoute de l'eau. Cela peut s'expliquer par l'évaporation importante à la surface du sol sous l'action des projecteurs et par la pénétration rapide de l'eau

dans ce sol. Pour le sol argileux, la décroissance de la réflectance avec la profondeur semble linéaire et le spectre de réflectance mesuré par l'ASD est confondu avec les spectres des zones les plus proches de la surface. La plus grande variabilité des spectres de réflectance du sol argileux sec est une autre différence notable entre les deux sols. On peut l'expliquer par la variabilité de sa granulométrie alors que les grains de sable ont à peu près la même taille. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons tracé l'écart type de la réflectance de tous les pixels de chaque zone (Fig. 4.16). On constate qu'il est bien plus important pour le sol argileux sec (~8 %) que pour le sable sec (~3 %). On remarque aussi que les écarts types sont les plus faibles aux niveaux d'humidité importants (sol saturé en eau). Les écarts types des zones de transitions (sol partiellement humide) sont bien plus élevés pour le sable que pour le sol argileux, ce qui laisse penser que la teneur en eau du sable est très variable au sein d'une même zone. Nous avons montré qualitativement les changements de réflectance dus à la pénétration de l'eau dans le sable et le sol argileux. Mais comment l'humidité varie-t-elle au cours de l'infiltration ? MARMITforSMC permet de quantifier les variations de teneur en eau.

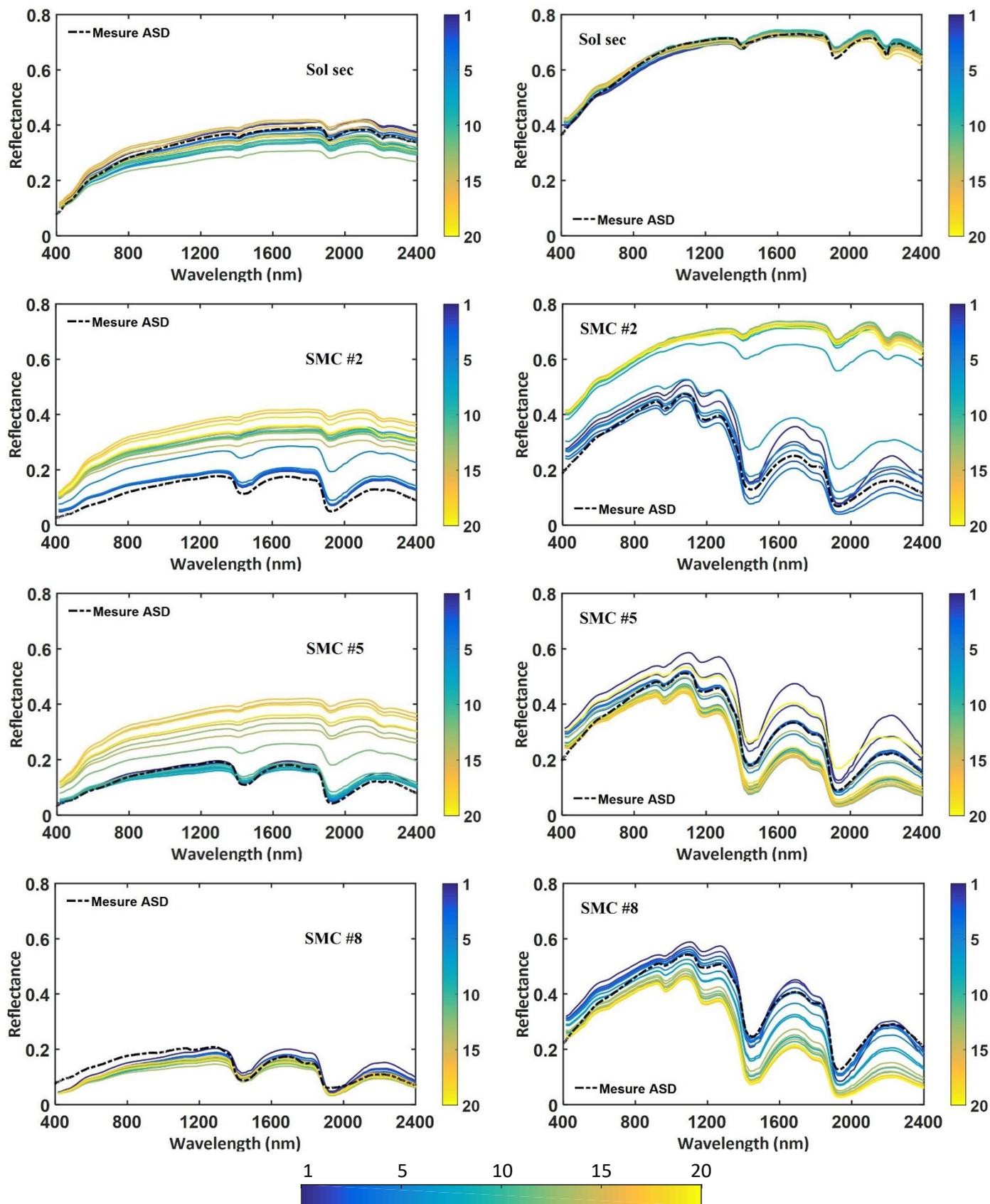


Fig. 4.15. Réflectance des vingt zones pour le sol sec et aux humidités #2, #5, et #8 (Tableau 4.2) de haut en bas. En bleu foncé les zones les plus proches de la surface et en jaune les plus profondes. À gauche le sol argileux et à droite le sable.

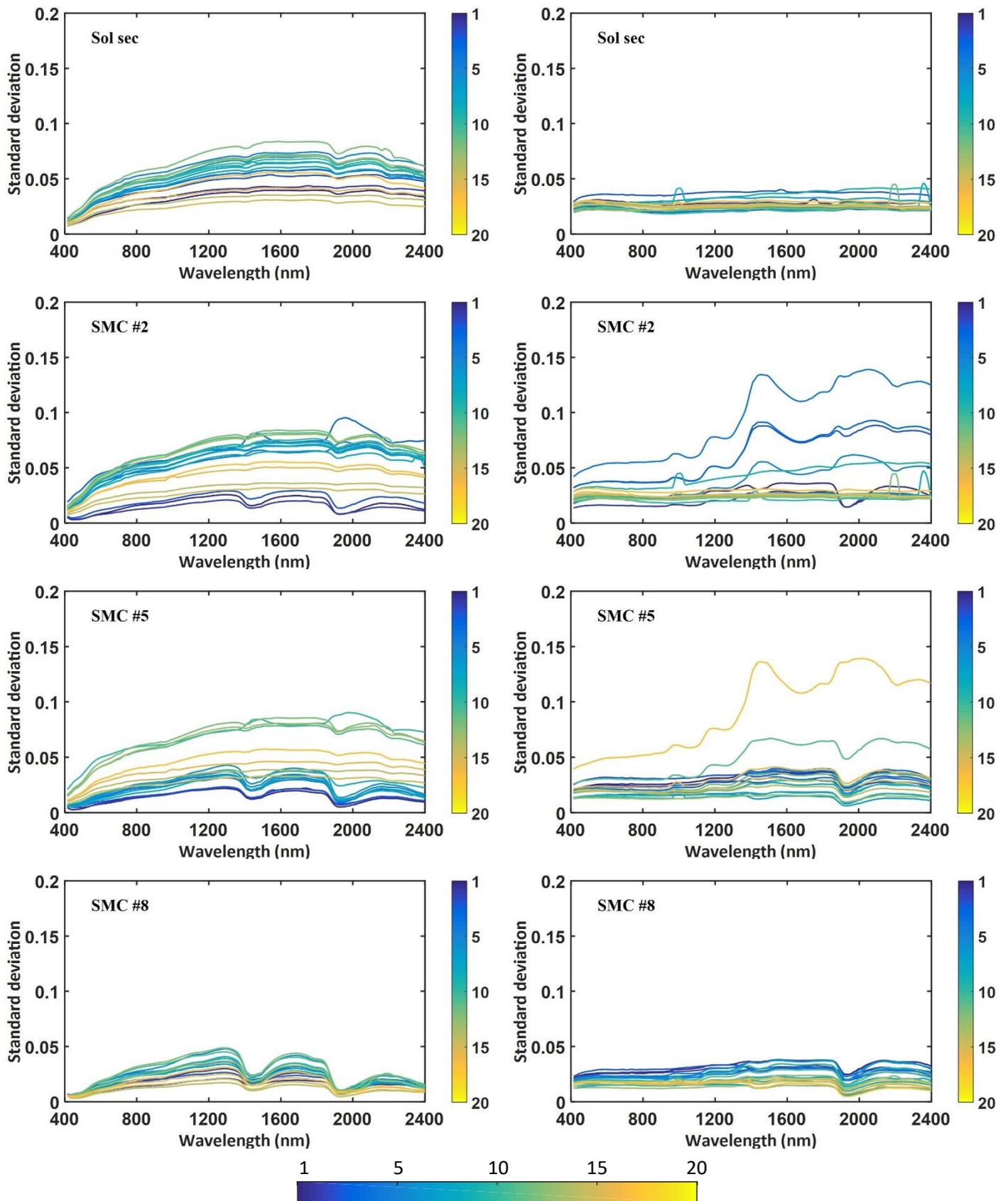


Fig. 4.16. Écart type de la réflectance dans les vingt zones pour le sol sec et aux humidités #2, #5, et #8 (Tableau 4.2) de haut en bas. En bleu foncé les zones les plus proches de la surface et en jaune les plus profondes. À gauche le sol argileux et à droite le sable.

IV.4.2 Analyse de la teneur en eau et estimation des profils d'humidité

Il est possible de déterminer la teneur en eau d'un sol après inversion du modèle MARMIT sur un spectre de réflectance, en supposant qu'une relation a été préalablement établie entre le SMC et le paramètre φ . Dans un premier temps, nous estimons les deux paramètres L et ε du modèle en inversant MARMIT sur les spectres de réflectance acquis sur la surface du sol et sur les côtés de l'aquarium. Puis nous injectons le paramètre obtenu $\varphi = L \times \varepsilon$ dans les équations de calibration préalablement établies. Nous pouvons donc calculer le SMC pour chaque pixel des images hyperspectrales ainsi que pour chaque spectre de réflectance de surface. Les équations de calibration de ces deux sols ont été obtenues lors de la phase de calibration (sections III.4.1) :

$$SMC_{sable} = \frac{23.6}{1 + 9.0 \times e^{-39.4 \times \varphi}} \quad (4.4)$$

$$SMC_{argile} = \frac{45.3}{1 + 9.4 \times e^{-403 \times \varphi}} \quad (4.5)$$

En utilisant ces équations pour l'expérience de l'aquarium, nous faisons l'hypothèse que la répartition de l'eau est la même que dans les expériences où les échantillons de sols étaient contenus dans des boîtes de Petri. Les protocoles de mesure étant différents entre les deux expériences (angle d'éclairement et distance des instruments de mesure par rapport au sol), il est impératif que les réflectances soient comparables. Nous avons comparé les réflectances des sols POC1 et 81Lautrec secs mesurées en surface avec l'ASD lors de l'expérience de l'aquarium aux réflectances mesurées lors de l'expérience des boîtes de Petri (Fig. 4.17). Pour le sable, elles sont confondues (Fig. 4.17a) alors qu'on observe une différence allant jusqu'à 10 % pour l'argile (Fig. 4.17b). On peut voir qu'elle est plus importante dans le proche infrarouge et dans le moyen infrarouge que dans le visible. Or l'effet de la taille des grains sur la réflectance est minimum dans le visible et maximum dans l'infrarouge (e.g., Okin & Painter, 2004 ; Sadeghi et al., 2018). On peut conclure que les différences de réflectance pour le sol 81Lautrec sont dues à une variation de taille des grains entre les deux échantillons et que les protocoles de mesures entre les deux expériences influent peu sur les réflectances mesurées. La taille des grains influençant l'estimation de la teneur en eau avec MARMITforSMC (section III.4.2.1) et l'angle d'éclairement influençant aussi probablement le lien entre le SMC et φ , nous analyserons les résultats avec précaution. Nous reviendrons plus en détails sur ces effets dans le chapitre V.

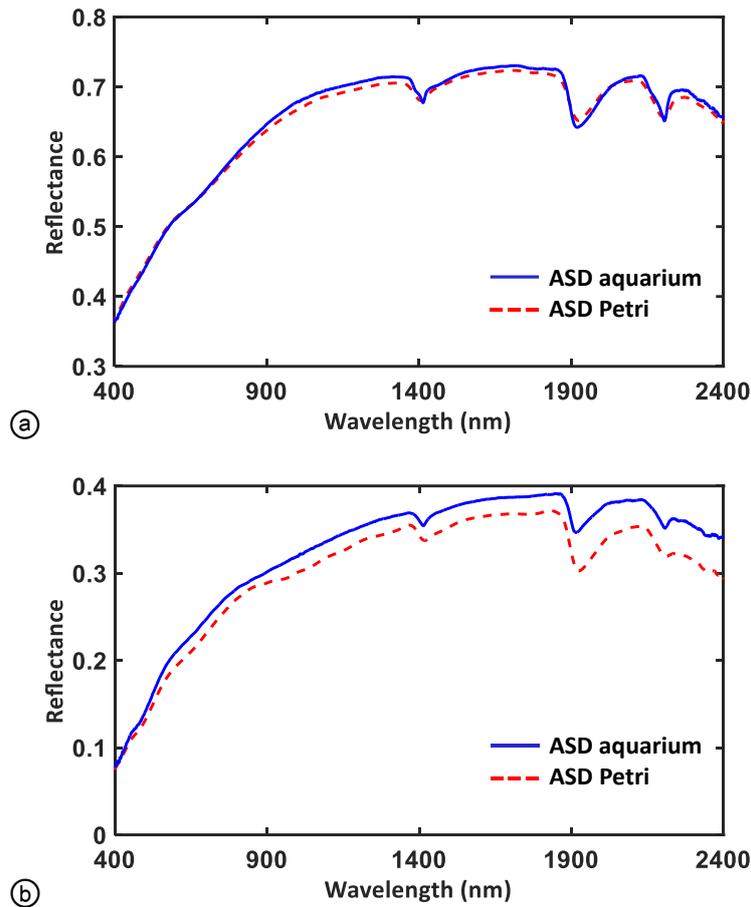


Fig. 4.17. Différences entre la réflectance acquise avec l'ASD pour le sol dans la boîte de Petri et dans l'aquarium pour (a) le sable POC1 et (b) le sol argileux 81Lautrec.

Pour rappel, les équations de calibration reliant le SMC à φ ne passent pas par l'origine, ce qui entraîne une incertitude pour les faibles teneurs en eau ($SMC < 3\%$ pour le sol POC1 et $SMC < 5\%$ pour le sol 81Lautrec). D'autre part, les erreurs d'estimation de la teneur en eau sont de $\pm 3\%$ d'humidité (section III.4.1). Pour des humidités plus importantes, il est possible d'établir des cartes de SMC grâce aux équations de calibration : à chaque pixel de l'image est associée une teneur en eau. Chaque image étant constituée de pixels carrés (320 lignes \times 300 colonnes), nous avons une estimation de la teneur en eau tous les 0,287 mm en hauteur et autant en largeur (Figs 4.18 et 4.19). Les profils de teneur en eau sont obtenus en moyennant les valeurs de SMC sur chaque ligne de pixels. Au fur et à mesure de l'humidification, l'eau se répartit de manière homogène dans le sol argileux alors qu'on observe une forte disparité pour le sable. À saturation, la teneur en eau est inférieure à 5 % dans les deux premiers centimètres alors qu'elle est en moyenne égale à 18 % au-delà. On comprend mieux les écarts types élevés observés sur le sable (Fig. 4.16). Par exemple, pour le niveau d'humidité #5, on voit de rapides variations de SMC à environ 4,5 cm de profondeur. Ceci est très certainement lié à un changement de granulométrie dans cette zone : la percolation est d'autant plus importante que les grains sont gros. Pour le sol argileux, la teneur en eau est de 45 % en surface comme en profondeur quand le sol est saturé

en eau. En ce qui concerne les profils de teneur en eau, on retrouve les trois régimes prédits par [Al-Hamdan & Cruise \(2010\)](#) et observés par [Mishra et al. \(2015\)](#) :

(1) l'eau vient d'être versée, le sol est humide en surface mais sec en profondeur (humidités #1 à #7 pour le sol 81Lautrec et #1 pour le sol POC1) ;

(2) l'eau a pénétré dans le sol qui est sec en surface mais humide en profondeur (humidités #6 à #8 pour le sol POC1) ;

(3) le sol est encore sec en profondeur et s'est desséché en surface après que l'eau s'est infiltrée (humidités #2 à #4 pour le sol POC1).

On constate que les données sont bruitées : certains pixels en profondeur prédisent une forte humidité alors que l'eau n'a pas encore pénétré dans le sol. Cela provient du fait qu'on utilise les pixels de l'image du sol sec comme référence dans MARMIT. Or, il arrive que sur cette image ces pixels correspondent à des pores dont la faible réflectance est similaire à celle de pixels de sol humide. La cause de ce biais est double : il peut être dû à un recalage imparfait des images – l'aquarium est déplacé entre deux séries de mesures et n'est peut-être pas parfaitement positionné au même endroit – ou à une compaction du sol lors de l'humidification. On constate aussi que la teneur en eau obtenue avec le radiomètre ASD ne correspond pas aux teneurs en eau obtenues avec les caméras Hypex au sommet du profil. Cette différence provient de l'inhomogénéité de l'humidification en surface : le centre de l'aquarium, où la mesure ASD est effectuée, semble plus humide que les bords, où l'on peut suivre l'infiltration de l'eau grâce aux caméras. De plus, les contours de la surface des sols est difficile à déterminer sur les cartes de SMC. Pour les déterminer nous avons dû comparer les images hyperspectrales aux cartes de teneur en eau mais le découpage ayant été fait manuellement, les images ne sont pas recalées en absolu et des erreurs ont pu être introduites. Les résultats obtenus avec ces cartes de teneur en eau et les profils sont validés par les mesures acquises avec les sondes diélectriques. Les sondes Trime-Pico 64/32 (broches de 5 cm de long) et Fieldscout TDR 100 (broches de 3,7 cm de long) mesurent une humidité croissante pour le sol argileux, alors que pour le sable les valeurs d'humidité mesurées par la sonde Fieldscout TDR 100 stagnent à 5 %, laissant supposer un écoulement rapide de l'eau ([Tableau 4.3](#)). Ces résultats confirment les travaux d'[Edwards et al. \(2013b\)](#) qui avaient noté cette disparité sur du sable. Dans notre cas les différences d'humidité à 1,5 cm de profondeur sont quasi nulles (pour l'humidité #8) et la différence avec l'humidité à 6 cm est de 13 % ! Donc, selon notre expérience, après une forte pluie ($\approx 30 \text{ mm h}^{-1}$), si on mesure la teneur en eau avec MARMITforSMC, on sous-estime la teneur en eau volumique de l'échantillon.

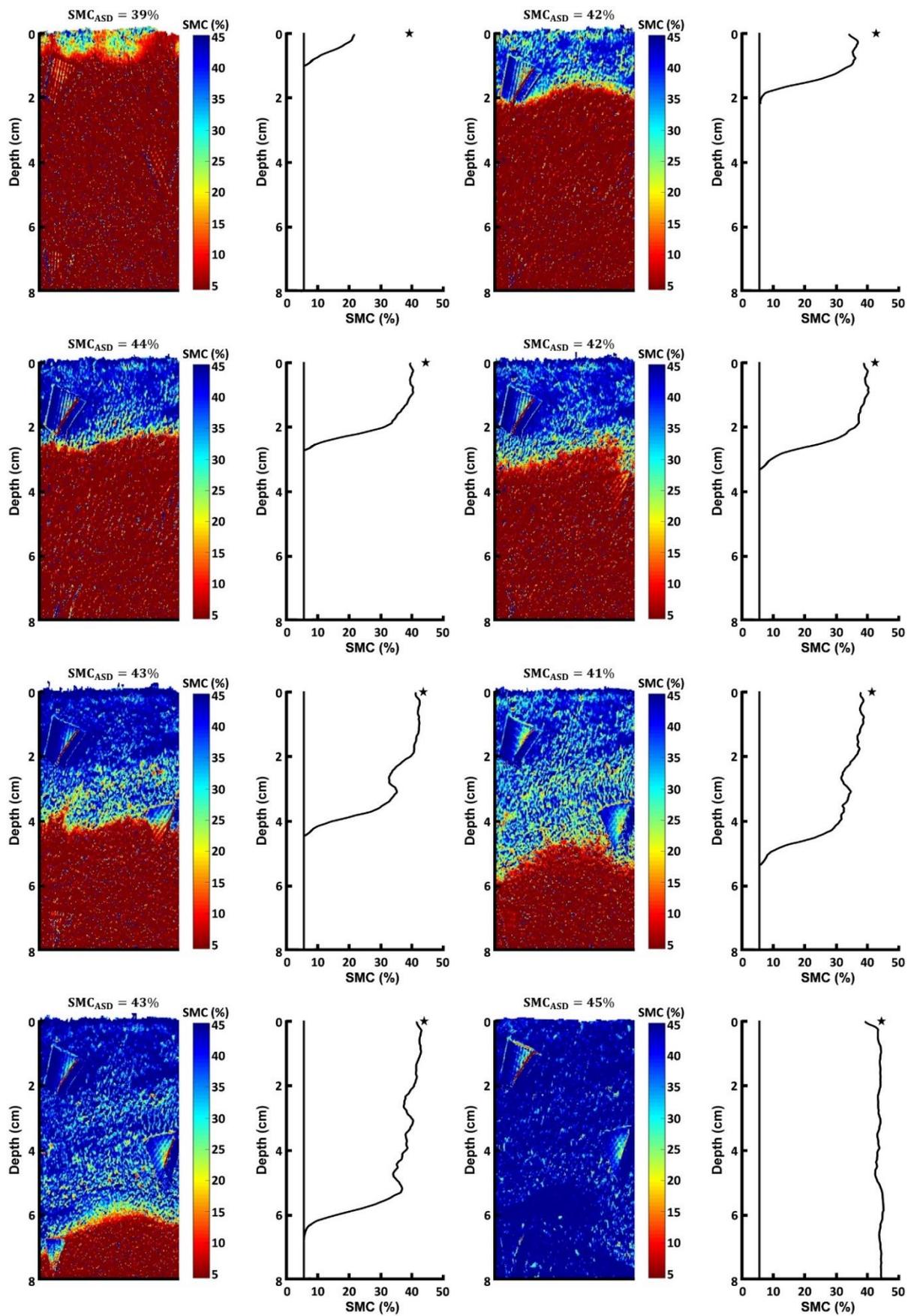


Fig. 4.18. Cartes d'humidité du sol argileux en fonction de la quantité d'eau versée et profils de teneur en eau associés. De haut à gauche en bas à droite : humidités #1 à #8 (Tableau 4.2).

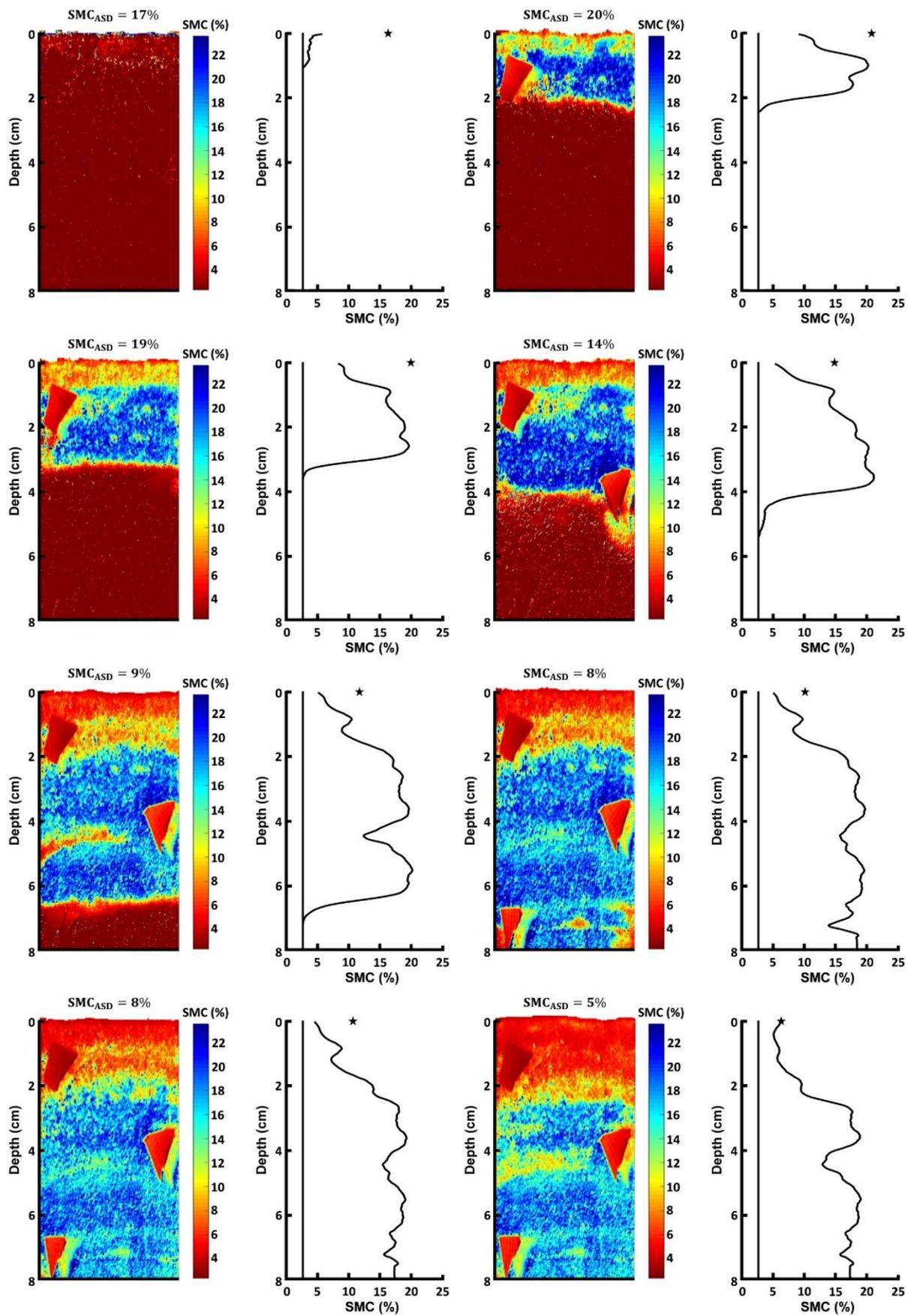


Fig. 4.19. Cartes d'humidité du sable en fonction de la quantité d'eau versée et profils de teneur en eau associés. De haut à gauche en bas à droite : humidités #1 à #8 (Tableau 4.2).

Niveau d'humidité	Sable		Sol argileux	
	Trime-Pico 64/32	Fieldscout TDR 100	Trime-Pico 64/32	Fieldscout TDR
Sol sec	0,3	0,0	0,3	0,0
#1	1,3	1,9	4,3	8,4
#2	5,1	2,2	12,2	13,8
#3	6,5	3,1	29,9	28,00
#4	17,0	5,4	32,5	34,3
#5	21,5	5,1	37,2	35,7
#6	18,7	4,8	38,9	36,5
#7	19,1	4,5	39,0	37,0
#8	20,7	4,6	44,5	40,0

Tableau 4.3. Teneur en eau volumique (%) mesurée par les sondes.

Deux phénomènes pourraient expliquer de telles observations : (1) une évaporation plus importante pour le sable du fait du temps écoulé entre l'humidification du sol et la mesure de réflectance et (2) un déplacement du front d'eau dans le sable plus important du fait de ses propriétés physiques. Le temps écoulé entre l'apport d'eau et la mesure de luminance est plus important pour le sol argileux que pour le sable (Tableau 4.4). En effet 15 minutes maximum s'écoulaient pour le sable alors que nous attendions jusqu'à 50 minutes pour le sol argileux. Selon le modèle de Han & Zhou (2013), le sable peut s'évaporer rapidement en surface mais cela n'explique pas l'évaporation à 2 cm de profondeur en un temps aussi court (Fig.4.3). L'explication serait que l'eau s'écoule plus vite dans un sable que dans un sol argileux. Cette hypothèse est validée par la loi de Darcy (section I.1.3) qui stipule que la conductivité hydraulique K_h est bien plus importante (donc que le mouvement de l'eau est bien plus rapide) dans un sable que dans un sol argileux (Fig. 4.20). Cette rapidité résulte d'une force de capillarité très faible dans un sable, à cause de la grande distance intra-granulaire. La force de gravitation l'emportant, l'eau a tendance à s'infiltrer sans stagner. Au contraire, la force de gravitation dans un sol argileux est contrebalancée par la force de capillarité qui est bien plus importante en raison de la faible distance intra-granulaire. Alors que l'eau s'infiltrer naturellement dans le sable, elle pénètre dans l'argile à cause de l'augmentation de la pression due à l'ajout d'eau dans la colonne d'eau.

Niveau d'humidité	Sable	Sol argileux
	Δt	Δt
#1	9	18
#2	8	8
#3	7	9
#4	6	16
#5	10	17
#6	10	14
#7	12	48
#8	15	50

Tableau 4.4. Temps écoulé Δt en minutes entre l'ajout de l'eau à la surface du sol et les mesures de luminance.

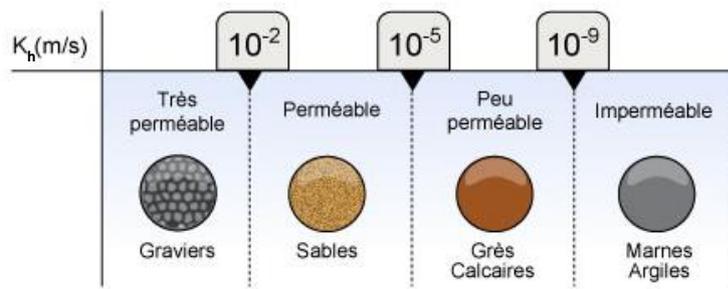


Fig. 4.20. Évolution de la conductivité hydraulique K_h en fonction du type de sol calculée par la loi de Darcy (http://www.cima.ualg.pt/piloto/UVED_Geochemie/UVED/site/html/2/2-2/2-2-2/2-2-2-3.html).

Synthèse du chapitre IV

Nous avons mis en œuvre une expérience permettant de relier l'évolution de la réflectance d'un sol en surface à l'évolution en profondeur. MARMITforSMC a été utilisé pour obtenir des cartes d'humidité à haute résolution spatiale et les profils d'humidité associés. Pour le sable, nous montrons que 15 à 20 minutes après une forte pluie (20-30 mm), la teneur en eau est bien plus faible en surface qu'à 3 cm de profondeur, ce qui corrobore les résultats d'Edwards et al. (2013b). De plus, nous retrouvons les trois régimes de profils d'humidité prédis par Al-Hamdan & Cruise (2010) et observés par Mishra et al. (2015). Pour le sol argileux, nous montrons que l'eau pénètre uniformément dans le sol. Malheureusement nous avons manqué de temps pour observer le processus d'évaporation : il serait intéressant de voir comment les cartes d'humidité et les profils associés évoluent dans le temps après une forte pluie. De plus si le sol n'était pas humidifié en cours d'expérience, son aspect en surface ne changerait pas et nous pourrions observer précisément l'évolution de SMC dans le premier centimètre du sol, donc l'évolution de la répartition de l'eau dans les boîtes de Petri pendant l'assèchement. Il serait aussi intéressant d'étudier d'autres sols sachant qu'il en faut une quantité suffisante ($\sim 350 \text{ cm}^3$) pour remplir l'aquarium. Dans cette expérience nous avons utilisé des équations de calibration préalablement obtenues, ce qui suppose que la répartition de l'eau dans le premier centimètre est la même pour les deux expériences. De plus ces équations de calibration ont été obtenues dans des conditions de mesure particulières (éclairage à 15° , sols dans des boîtes de Petri) et ont été utilisées dans d'autres conditions de mesure (éclairage au nadir pour l'ASD et sols dans un aquarium). Enfin la granulométrie de l'argile est très variable, or la relation de calibration dépend de ce paramètre. Nous allons donc, dans le **chapitre V**, étudier les effets des géométries d'observation et les effets de la texture d'un sol sur l'estimation du SMC avec MARMITforSMC.

Chapitre V

Généralisation de MARMITforSMC

Dans le [chapitre III](#) nous avons montré que l'estimation de la teneur en eau avec MARMITforSMC était très précise pour les sols pris séparément (RMSE \approx 2,5 %). Cette estimation a cependant été obtenue pour des conditions de mesure bien particulières : angles de visée et d'illumination constants pour un même échantillon observé à différents taux d'humidité, et réflectance toujours acquise au centre de la boîte de Petri, donc sur la même zone de l'échantillon. Deux cas de figure sont particulièrement intéressants à étudier :

(1) sur une image hyperspectrale, certains pixels sont constitués de sol sec et d'autres de sol humide. En effet, la teneur en eau de surface d'un sol peut rapidement varier spatialement à cause de la (micro)topographie, de la végétation ou de la structure du réseau racinaire des plantes ([Entin et al., 2000](#) ; [Western et al., 2002](#)). On pourrait alors, sur cette image, sélectionner un pixel (ou une zone) de sol sec qui servirait de réflectance de sol sec de référence pour MARMIT et une zone de sol humide dont on aimerait connaître l'humidité. Il est donc important d'estimer l'impact d'un changement de zone de sol sec de référence sur les estimations de MARMITforSMC.

(2) l'angle entre la source lumineuse et le détecteur peut changer entre deux acquisitions sur une même zone à deux états d'humidité différents (un état sec et un état humide) puisque la source lumineuse utilisée pour des mesures extérieures est le Soleil qui se déplace dans le ciel. Etudier l'effet de la configuration de mesures (angle de visée et d'incidence) sur la relation entre le SMC et φ , et donc sur l'estimation du SMC, est alors important.

Dans un premier temps nous étudierons le cas (1) à l'aide des images hyperspectrales obtenues lors de l'expérience de l'aquarium. Puis nous étudierons le cas (2) avec des données multi-angulaires acquises sur un banc de BRDF.

V.1 Zone de référence de sol sec différente de la zone dont on veut estimer l'humidité

Grâce à l'expérience de l'aquarium ([chapitre IV](#)), nous disposons d'images hyperspectrales hétérogènes en termes d'humidité. En effet les deux sols ont été humidifiés par le haut, ce qui a permis une infiltration progressive et l'acquisition d'images contenant des zones à différents niveaux d'humidité. Nous allons inverser MARMIT sur ces images dans deux configurations différentes : (1) la configuration « normale » où la réflectance du sol sec est mesurée sur la même zone que celle du sol humide dont on veut connaître la teneur en eau (typiquement les mesures dans les boîtes de Petri). (2) La configuration « zones différentes » où les réflectances du sol sec et du sol humide sont mesurées au même instant sur des zones différentes ([Fig. 5.1](#)). La seconde configuration (« zones différentes ») s'apparente à des mesures aéroportées acquises au-dessus d'un sol en partie sec et en partie humide.

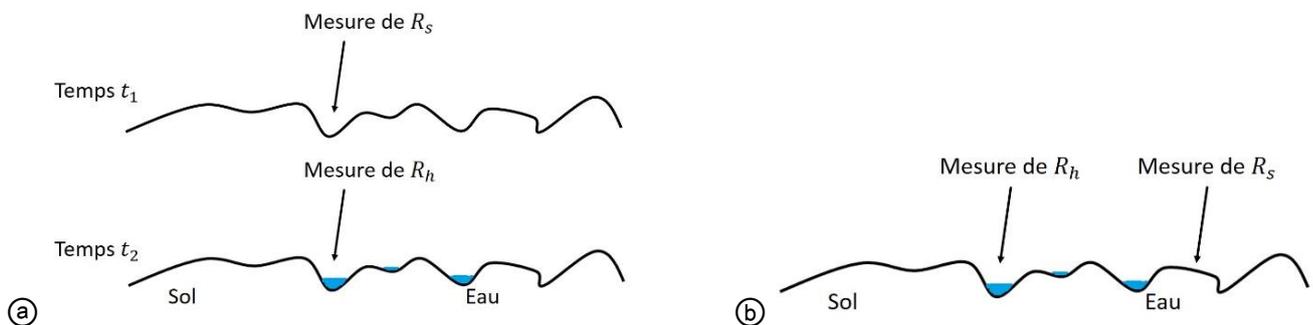


Fig. 5.1. Schéma montrant les mesures de réflectance acquises pour (a) la configuration « normale » et (b) la configuration « zones différentes ». R_s est la réflectance du sol sec et R_h la réflectance du sol humide.

Nous avons utilisé les images de l'expérience de l'aquarium correspondant au niveau d'humidité #4 pour le sable et au niveau d'humidité #5 pour l'argile, lorsque le sol est également divisé en une zone sèche et une zone humide. Nous avons calculé la réflectance moyenne de disques d'1 cm de diamètre ([Fig. 5.2](#)).

(1) Pour le sable nous avons sélectionné quatre disques (Z1 à Z4) recouvrant le même espace sur les images sèche et humide. Pour l'image sèche ces zones sont appelées Z1-SS (« SS » pour sable sec), Z2-SS, Z3-SS et Z4-SS ([Fig. 5.2a](#)) et pour l'image humide elles sont appelées Z1-SH (« SH » pour sable humide), Z2-SH, Z3-SH et Z4-SH ([Fig. 5.2b](#)). La zone 1 reste sèche sur l'image sèche et sur l'image humide, la zone 2 est partiellement sombre (à environ 50%) sur l'image humide, la zone 3 est la plus humide, et la zone 4, proche de la surface, la moins humide. Pour connaître les teneurs en eau estimées de ces zones, le lecteur peut se reporter aux cartes d'humidité produites dans la [section IV.4.2](#) ([Figs 4.18](#) et [4.19](#)).

(2) Pour l'argile nous avons sélectionné cinq disques (Z1 à Z5) dans l'image. Pour l'image sèche les zones sont Z1-GF-AS (« GF » pour grains fins et « AS » pour argile sèche), Z2-GF-AS, Z1-GG-AS (« GG » pour grains grossiers), Z2-GG-AS et Z3-GG-AS ([Fig. 5.2c](#)). Et pour l'image humide la nomenclature des zones est Z1-GF-AH, Z1-GG-AH, Z2-GG-AH, Z3-GG-AH et Z2-GF-AH (« AH » pour argile humide) ([Fig. 5.2d](#)). Comme pour le sable, les zones 1 restent sèches sur les images sèche et humide et serviront à tester MARMIT

en configuration « zones différentes » sur l'image humide. Une de ces zones est à grains fins et l'autre à grains grossiers afin d'étudier l'effet de la granulométrie sur les estimations de MARMITforSMC. La zone Z2-GG-AH est à la limite du front d'humidité et les zones Z2-GF-AH et Z3-GG-AH sont très humides.

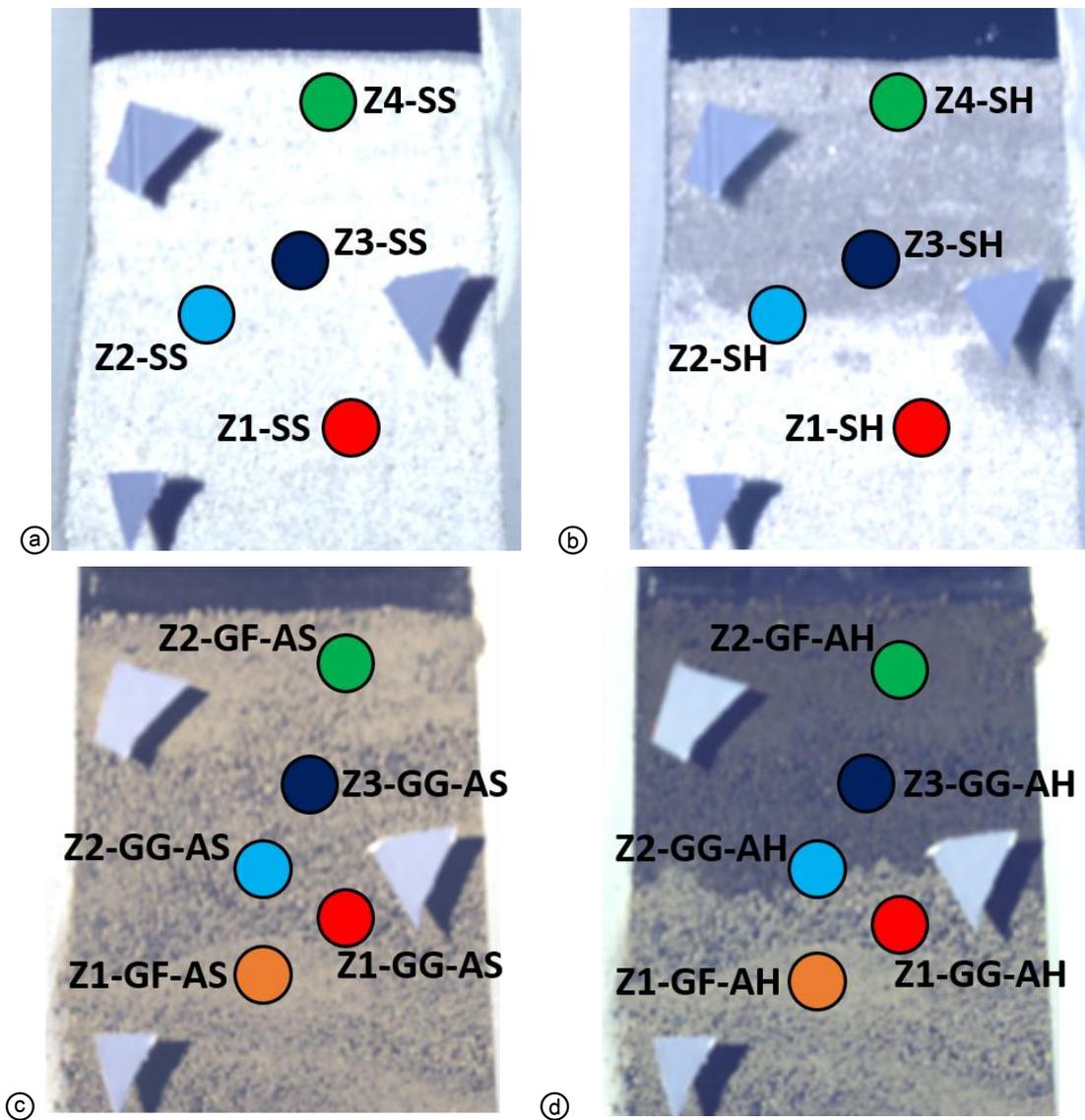


Fig. 5.2. Les différentes zones sélectionnées sur les images hyperspectrales avec leur nomenclature. L'image du sable blanc (a) sec et (b) humide. L'image du sol argileux (c) sec et (d) humide. Ces images ont été acquises pendant l'expérience de l'aquarium ([chapitre IV](#)).

Nous allons tester MARMIT et MARMITforSMC en changeant la réflectance du sol sec de référence, c'est-à-dire en comparant les résultats obtenus pour la configuration « normale » à ceux obtenus pour la configuration « zones différentes ». Nous commencerons par comparer les résultats apportés par MARMIT dans les différentes configurations puis nous comparerons les estimations de teneur en eau obtenues avec MARMITforSMC.

V.1.1 Comparaison des inversions avec MARMIT

Nous avons d'abord comparé les inversions de MARMIT pour le sable dans les deux configurations. Nous avons inversé MARMIT sur les zones Z2-SH, Z3-SH et Z4-SH d'abord en prenant respectivement, pour chaque zone humide, les réflectances des zones Z2-SS, Z3-SS et Z4-SS comme réflectance du sol sec de référence (configuration « normale ») (Fig. 5.3a) puis en prenant la réflectance de la zone Z1-SH comme réflectance du sol sec de référence pour chaque zone humide (configuration « zones différentes ») (Fig. 5.3b).

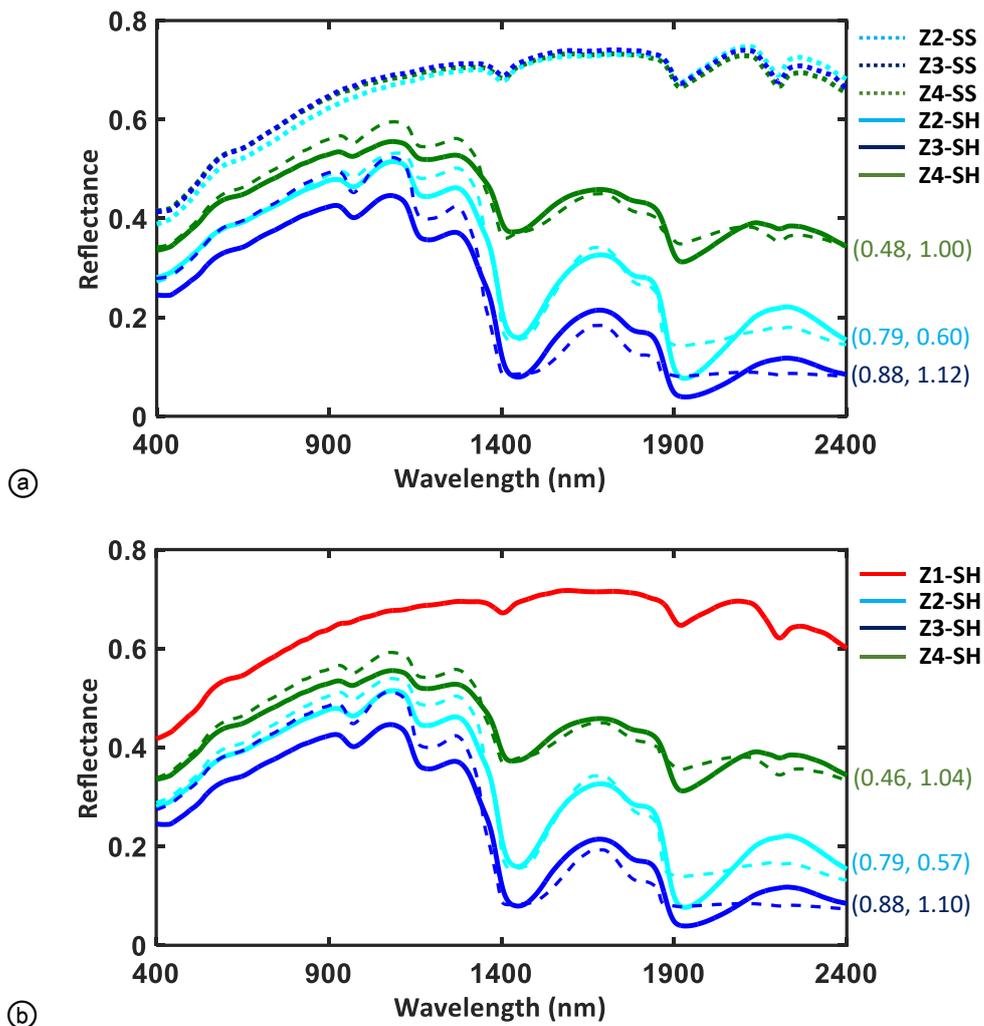


Fig. 5.3. Inversion de MARMIT en configuration : (a) « normale » avec en trait plein les mesures de réflectance des zones humides, en tirets MARMIT et en pointillés les spectres des zones sèches ; (b) « zones différentes » avec en trait plein la réflectance de la zone sèche Z1-SH et les réflectances des zones humides et en tirets MARMIT. Sur le côté, à droite, les paramètres de MARMIT obtenus (L, ε).

Les valeurs de L et ε obtenues dans les deux cas sont sensiblement identiques. Ceci est logique puisque le sable étant très homogène (Fig. 5.2a), sa réflectance à l'état sec varie peu sur les zones Z1-SH, Z2-SS, Z3-SS et Z4-SS (Fig. 5.3). Les RMSE spectraux pour les configurations « normale » et « zones différentes » sont donc très proches (Fig. 5.4). On remarque aussi que pour la zone Z2-SH partiellement humide, l'efficacité

obtenue est d'environ 50 % pour la configuration « normale » ce qui indique que la loi de mélange simple introduite dans MARMIT (équation 3.5) est adaptée.

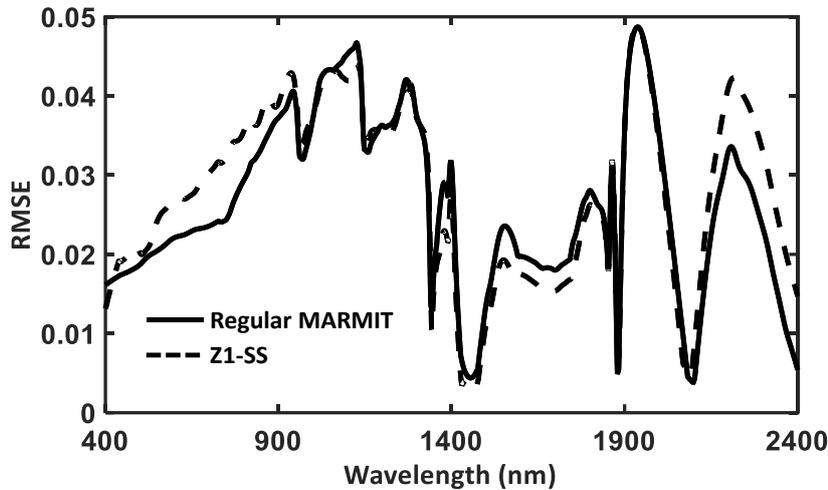


Fig. 5.4. RMSE spectraux obtenus avec MARMIT en configuration « normale » et en configuration « zones différentes » en prenant la zone Z1-SS en réflectance de sol sec de référence pour toutes les zones humides pour le sable.

Pour l'argile, nous avons inversé MARMIT sur les zones Z2-GG-AH, Z3-GG-AH et Z2-GF-AH en prenant respectivement les réflectances des zones Z2-GG-AS, Z3-GG-AS et Z2-GF-AS comme réflectances du sol sec de référence (configuration « normale ») (Fig. 5.5a) puis en prenant la réflectance de la zone Z1-GF-AH puis Z1-GG-AH comme réflectance du sol sec de référence pour toutes les zones humides (configurations « zones différentes ») (Fig. 5.5b-c). On constate que la réflectance du sol sec de la zone à grains fins Z2-GF-AS est bien plus élevée que celle des zones sèches à grains grossiers Z2-GG-AS et Z3-GG-AS (Fig. 5.5a). La même différence est observée entre les spectres de réflectance des zones Z1-GG-AH et Z1-GF-AH (Fig. 5.5b-c). Nous avons expliqué ce phénomène dans la section IV.4.2. Ensuite, comme pour le sable, on observe une efficacité d'environ 50 % prédite par MARMIT pour la zone située à la limite du front d'eau dans le sol (Z2-GG-AH, Fig. 5.5a). En revanche, à l'inverse du sable, les paramètres L et ε estimés par inversion de MARMIT dépendent beaucoup de la réflectance du sol sec choisie. Si c'est la zone Z1-GG-AH qui est sélectionnée comme spectre de référence du sol sec alors les paramètres inversés ne sont pas très différents de ceux obtenus avec la configuration normale pour les deux zones humides à grains grossiers (Z2-GG-AH et Z3-GG-AH) ; en revanche, pour la zone à grains fins (Z2-GF-AH), le paramètre L passe de 0,13 mm à 0,06 mm (Figs 5.5a-b). Ceci est normal puisque la réflectance du sol sec de référence, celle de la zone à grains grossiers (Z1-GG-AH), est bien plus faible que la réflectance du sol sec de la zone Z2-GF-AS. L'écart entre le spectre sec et le spectre humide est alors bien plus faible donc le paramètre L estimé l'est tout autant. De plus l'ajustement des spectres sera meilleur, le RMSE passant de 2 % à 1 % en moyenne (Fig. 5.6). On peut l'expliquer par le fait que si la réflectance du sol sec est plus faible alors l'écart entre la réflectance du sol sec et celle du sol humide est moins important et donc le modèle arrive à ajuster la réflectance de la zone humide. En effet, nous avons vu dans la section III.3.1 que MARMIT n'arrivait parfois pas à ajuster le spectre mesuré pour les fortes teneurs en eau en

dehors des pics d'absorption de l'eau : la réflectance modélisée est surestimée. On retrouve ce phénomène Fig. 5.5a pour l'ajustement des réflectances des zones Z2-GF-AH et Z3-GG-AH.

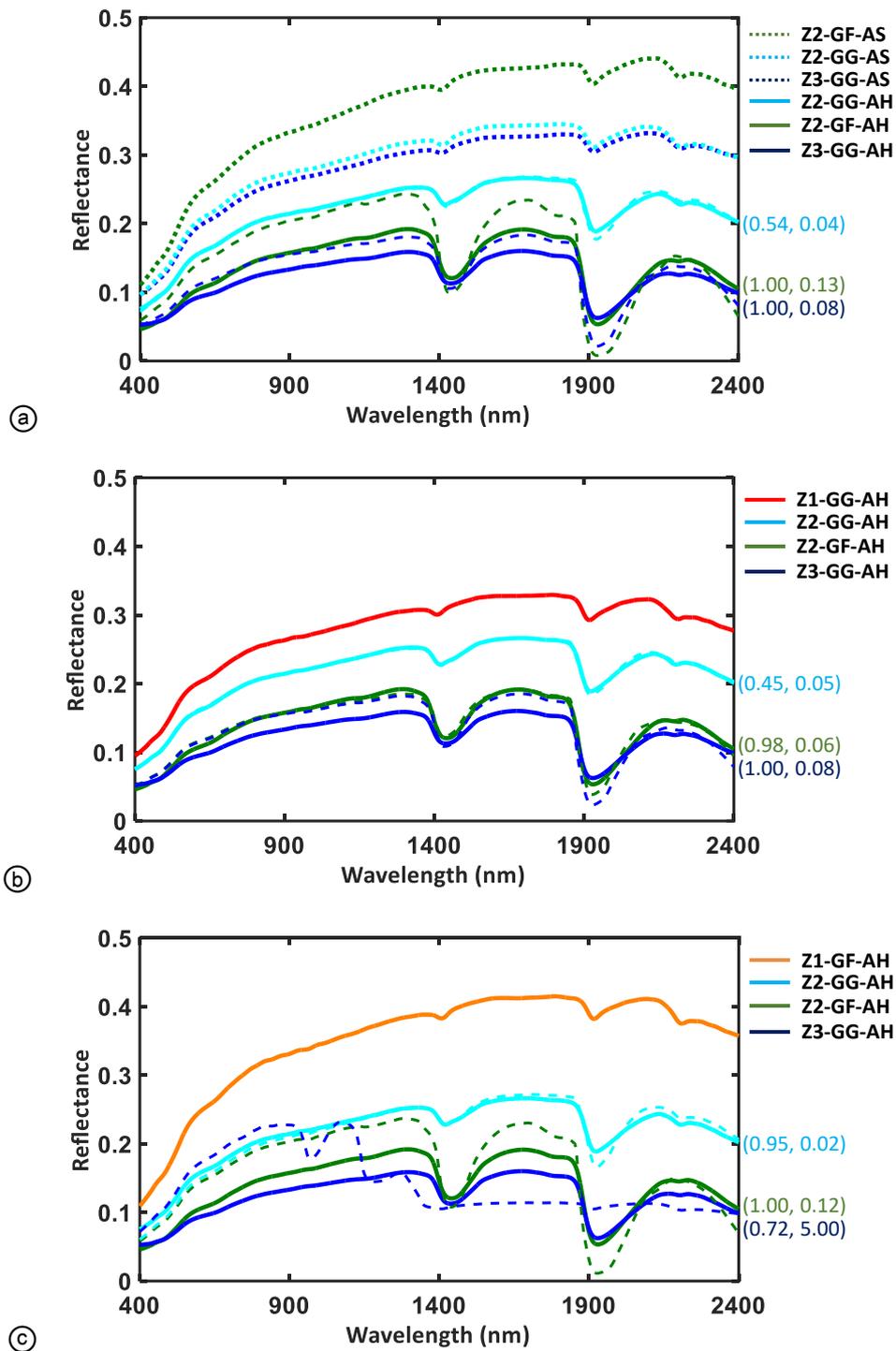


Fig. 5.5. Inversion de MARMIT en configuration : (a) « normale » avec en trait plein les mesures de réflectance des zones humides, en tirets MARMIT et en pointillés les spectres des zones sèches ; (b) « zones différentes » avec en trait plein la réflectance de la zone sèche Z1-GG-AH et les réflectances des zones humides et en tirets MARMIT et (c) « zones différentes » avec en trait plein la réflectance de la zone sèche Z1-GF-AH et les réflectances des zones humides et en tirets MARMIT. Sur le côté, à droite, les paramètres de MARMIT obtenus (L , ϵ).

Si on prend maintenant la réflectance de la zone Z1-GF-AH comme réflectance du sol sec de référence (Fig. 5.5c), alors les paramètres inversés ne sont pas très différents de ceux obtenus avec la configuration normale pour la zone humide à petits grains (Z2-GF-AH) alors que pour la zone humide à gros grains Z2-GG-AH, on s'aperçoit que ε double même si cette zone n'est qu'à moitié humide (Fig. 5.2d). Pour la zone Z3-GG-AH le paramètre L passe de 0,08 à 5,0 mm ! Le RMSE spectral est alors beaucoup plus important dans le visible et le proche infrarouge (jusqu'à 3 % supérieur) (Fig. 5.6) puisque l'écart entre réflectance du sol sec de la zone à grains fins Z1-GF-AH et la réflectance des zones humides à gros grains, Z2-GG-AH et Z3-GG-AH, est très important. Donc l'écart entre les spectres modélisés avec MARMIT et les spectres mesurés est très important en dehors des pics d'absorption de l'eau pour les raisons évoquées plus haut (Fig. 5.5c).

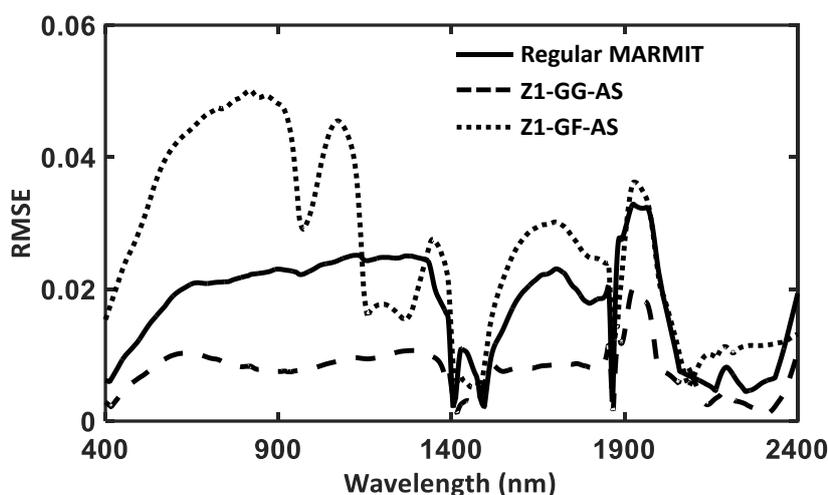


Fig. 5.6. RMSE spectraux obtenus avec MARMIT en configuration « normale », avec la zone Z1-GG-AS en réflectance de sol sec de référence et avec la zone Z1-GF-AS en réflectance de sol sec de référence pour le sol argileux.

Nous pouvons maintenant estimer les SMC sur les différentes zones humides en fonction de la zone sélectionnée comme réflectance du sol sec de référence et ainsi voir quantitativement comment le choix de cette zone influe sur l'estimation.

V.1.2 Analyse de l'estimation de la teneur en eau

Pour comparer les teneurs en eau estimées avec la configuration « normale » et la configuration « zones différentes » de MARMIT on passe par les équations de calibration obtenues dans la section III.4 et utilisées dans la section IV.4.2 (équations 4.4 et 4.5) en utilisant simplement le paramètre $\varphi = L \times \varepsilon$ obtenu pour chaque cas dans ces équations. Les paramètres L et ε obtenus après inversion de MARMIT sur le sable variaient très peu : l'estimation de la teneur en eau est donc peu affectée par le choix du pixel sec de référence (Tableau 5.1). En effet le SMC diverge d'au maximum 5,6 % pour la zone Z4-SH passant de 19,67 % en configuration « normale » à 20,8 % en configuration « zones différentes ».

Zone sèches de référence	SMC		
	Z2-SH	Z3-SH	Z4-SH
Configuration normale	9,85	9,30	19,67
Z1-SH (err.)	9,95 (1,0 %)	9,75 (4,6 %)	20,84 (5,6 %)

Tableau 5.1. Valeurs de SMC estimées en configuration « normale » et en configuration « zones différentes » avec l'erreur associée entre parenthèses pour le sable POC1.

Les valeurs de SMC estimées pour l'argile varient beaucoup plus en fonction de la zone sélectionnée comme réflectance de sol sec de référence (**Tableau 5.2**). En effet, si elle correspond à la zone à grains grossiers Z1-GG-AH, alors la teneur en eau estimée sera respectivement différente de 2,8 % et de 5,2 % par rapport à la configuration « normale » pour les deux zones humides à grains grossiers Z2-GG-AH et Z3-GG-AH. En revanche, pour la zone à grains fins Z2-GF-AH, la teneur en eau estimée sera deux fois moins importante que si on utilise la configuration normale de MARMIT (40,9 % de différence !). Si on prend la réflectance de la zone à grains fin Z1-GF-AH comme réflectance du sol sec de référence, alors c'est pour les zones à grains grossiers que les estimations de SMC seront le plus éloignées de celles fournies avec une configuration normale de MARMIT : 20,8 % et 33,2 % de différence respectivement pour les zones humides Z2-GG-AH et Z3-GG-AH. Pour la zone humide à grains fins Z2-GF-AH la différence d'estimation de SMC n'est que de 3,8 % entre configuration « normale » et configuration « zones différentes ».

Zone sèches de référence	SMC		
	Z2-GF-AH	Z2-GG-AH	Z3-GG-AH
Configuration normale	43,45	9,59	33,99
Z1-GG-AH (err.)	25,67 (40,9 %)	9,32 (2,8 %)	32,21 (5,2 %)
Z1-GF-AH (err.)	41,80 (3,8 %)	7,60 (20,8 %)	45,28 (33,2 %)

Tableau 5.2. Valeurs de SMC estimées en configuration « normale » et en configuration « zones différentes » avec l'erreur associée entre parenthèses pour le sol argileux 81Lautrec.

Nous avons donc montré l'importance de la granulométrie sur l'estimation du SMC. En effet, nous avons mis en lumière la difficulté d'utiliser MARMITforSMC pour les sols de granulométrie variable, avec une zone de sol sec de référence séparée spatialement de la zone dont on veut estimer l'humidité. Cependant, en sélectionnant des zones plus larges, l'effet de la granulométrie pourrait s'estomper. En effet, puisque la granulométrie peut changer rapidement dans l'espace, alors en prenant des petites zones nous avons une forte probabilité de sélectionner une zone uniquement constituée de gros grains ou de petits grains alors qu'en sélectionnant des zones plus larges (de l'ordre du mètre par exemple), nous aurions alors une probabilité beaucoup plus faible d'avoir une zone constituée uniquement de gros grains ou de petits grains. Nous allons maintenant étudier l'effet de la géométrie de mesure sur l'estimation du SMC avec MARMITforSMC.

V.2 Effet de la variation de la géométrie de mesure sur les estimations du SMC apportées par MARMIT

Pour des mesures en extérieur, la source de lumière principale est le Soleil dont la position dans le ciel varie au cours de la journée. Il est important de quantifier l'effet d'un changement de l'angle d'éclairement sur la

réflectance d'échantillons humides et sur l'estimation du SMC grâce à MARMITforSMC. Pour cela nous avons utilisé le banc de mesures de BRDF de l'ONERA qui permet d'acquérir la réflectance d'un sol dans différentes configurations de mesure. Dans un premier temps, nous décrivons le protocole de mesures utilisé et les échantillons sélectionnés, puis nous discuterons de l'effet de la géométrie de mesure sur la réflectance et sur l'estimation du SMC. Le but de cette partie n'est pas d'analyser avec précision la BRDF d'un sol ni même de la modéliser en fonction de l'humidité mais uniquement d'évaluer les erreurs d'estimation de MARMITforSMC lorsque l'angle de visée varie. Effectivement, si la BRDF des sols secs a été très largement étudiée (e.g., Hapke 1981, Hapke & Wells, 1981 ; Hapke, 2012 ; Jacquemoud et al., 1992 ; Bachmann et al., 2014, 2015 ; Lv & Sun, 2016 ; Labarre et al., 2017), très peu de modèles permettent de la modéliser en fonction de l'humidité du sol (Verhoef & Bach, 2007 ; Yang et al., 2011) et aucun d'eux ne fait l'unanimité.

V.2.1 Banc de mesures

Les mesures ont été acquises en novembre 2016 avec le banc de BRDF grands échantillons de l'ONERA de Toulouse (Fig. 5.7). Ce dispositif expérimental permet d'acquérir des spectres de réflectance d'une cible pour différents angles d'éclairement et de visée. Le projecteur et le spectroradiomètre ASD sont mobiles sur deux bras circulaires du goniomètre. Les principales caractéristiques de l'ASD sont décrites dans le Tableau 3.4. Le problème est qu'une quantité de sol importante est nécessaire : de quoi remplir un moule à tarte de 30 cm de diamètre et 3 cm d'épaisseur. Nous avons étudié les mêmes sols que ceux de l'expérience de l'aquarium : le sable POC1 et le sol argileux 81Lautrec (Fig. 5.8). La lampe était fixe à 22° d'inclinaison et l'ASD se déplaçait dans le plan principal de mesure entre -60° et +60° avec des intervalles de 15°. On a donc neuf mesures de réflectance à des angles de visée différents. L'ASD étant situé à 2 mètres de l'échantillon et son angle d'ouverture étant de 1°, le champ de vue sur l'échantillon est un cercle de 3,5 cm de diamètre au nadir et une ellipse de grand axe 8 cm à 60°.

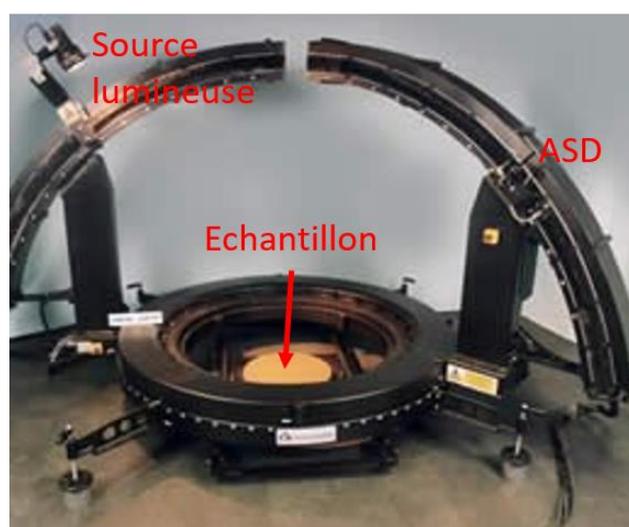


Fig. 5.7. Banc BRDF grands échantillons de l'ONERA.



Fig. 5.8. Photos des sols étudiés dans les plats à tarte. À gauche le sol 81Lautrec et à droite le sable POC1.

Or, nous sommes plutôt intéressés par la variation de l'angle d'illumination car les mesures radiométriques effectuées en extérieur se font généralement pour un radiomètre au nadir et c'est le Soleil qui se déplace. Le principe de réciprocité, très utilisé en transfert radiatif, stipule que la réflectance est identique lorsqu'on intervertit la source lumineuse et le détecteur (e.g., [Minnaert, 1941](#) ; [Hapke, 2012](#)). Ce principe a été validé expérimentalement par [Jacquemoud \(1992\)](#) sur trente-deux sols dont la réflectance a été mesurée dans les canaux 2, 3, 4, 5 et 7 du satellite LANDSAT centrés sur les longueurs d'onde 538 nm, 631 nm, 851 nm, 1768 nm et 2209 nm. Il a alors comparé :

- (1) la réflectance des sols mesurée à 60° avec la lampe éclairant au nadir à la réflectance mesurée au nadir avec la lampe à 60° ([Fig. 5.9a](#)) ;
- (2) la réflectance des sols mesurée à 60° avec la lampe éclairant au nadir à la réflectance mesurée au nadir avec la lampe à 60° dans le plan perpendiculaire ([Fig. 5.9b](#)) ;
- (3) la réflectance des sols mesurée à 60° avec la lampe éclairant au nadir à la réflectance mesurée à 60° dans le plan perpendiculaire toujours avec la lampe au nadir ([Fig. 5.9c](#)) ;
- (4) la réflectance des sols mesurée à 34° avec la lampe éclairant au nadir à la réflectance mesurée à 34° dans le plan perpendiculaire toujours avec la lampe au nadir ([Fig. 5.9d](#)).

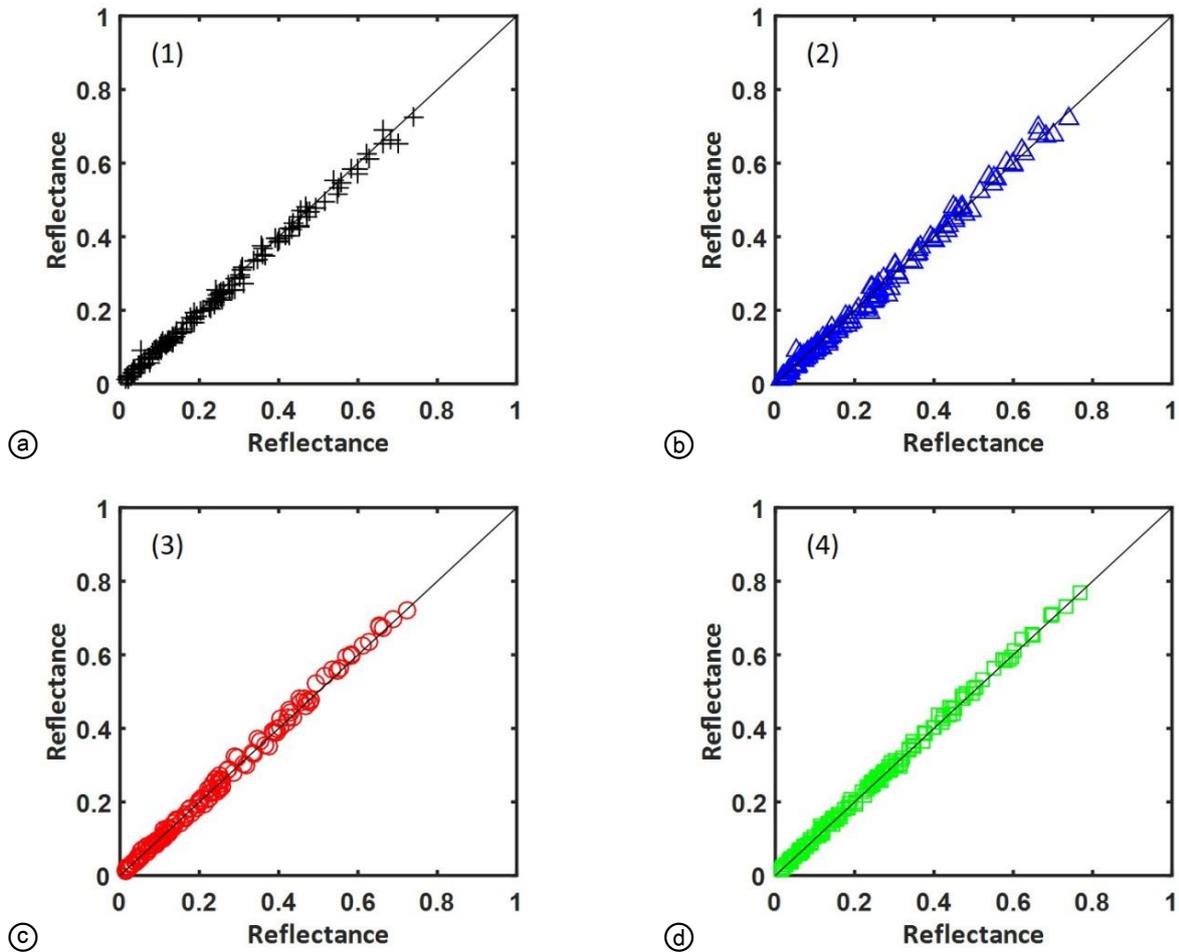


Fig. 5.9. Réflectances de trente-deux sols à cinq longueurs d’onde dans quatre configurations (d’après Jacquemoud, 1992).

Les points sont situés sur la bissectrice ce qui valide le principe de réciprocité. Cependant si la scène est hétérogène et si l’angle de phase (angle entre la source lumineuse et le capteur) est important, on tend à s’en écarter (Di Girolamo et al., 1998). Dans notre cas, la scène est homogène (sol tamisé) et l’angle maximum entre la source lumineuse et le capteur est de 82° , ce qui est proche de la différence de 60° utilisée par Jacquemoud (1992) pour valider ce principe. Le protocole de mesures de notre expérience est le suivant : l’échantillon est humidifié jusqu’à saturation puis pesé et sa réflectance est acquise à différents angles d’observation : -60° , -45° , -30° , -15° , 0° , 15° , 30° , 45° , et 60° . Il est ensuite placé dans un four à 60°C pendant 30 minutes et une nouvelle mesure de réflectance bidirectionnelle associée à une pesée est effectuée. L’opération est répétée jusqu’à ce que la masse de l’échantillon se stabilise. L’acquisition des neuf spectres aux différents angles dure environ deux minutes. Nous avons alors sept taux d’humidité (sol sec compris) pour lesquels nous avons mesuré la réflectance à neuf angles différents.

V.2.2 Analyse de l'évolution de la réflectance selon l'angle

Afin d'analyser l'évolution de la réflectance en fonction de la teneur en eau pour les deux sols, nous avons tracé la réflectance bidirectionnelle à trois longueurs d'onde : 600 nm (VIS), 1930 nm et 2230 nm (SWIR) (Figs 5.10 et 5.11). L'absorption de la lumière par l'eau étant négligeable à 660 nm, la variation de réflectance en fonction de la teneur en eau à cette longueur d'onde est plus faible qu'aux deux autres. Pour le sol 81Lautrec la réflectance spéculaire (à -15° et à -30°) est importante ; la valeur de la réflectance du sol humide dépasse même celle du sol sec quand le sol est saturé en eau (Fig. 5.11a). La deuxième longueur d'onde à 1930 nm correspond à un pic principal d'absorption de l'eau et nous permettra de voir le rôle de ce pic dans les données multi-angulaires car la réflectance est extrêmement sensible à la teneur en eau à cette longueur d'onde. On voit que la réflectance diminue brutalement, même pour les faibles teneurs en eau (Fig. 5.11b). Enfin la troisième longueur d'onde à 2230 nm est utilisée par les indices spectraux NINSOL et NINSON (Lesaignoux, 2010, section II.2.1.2) car elle est très sensible à la teneur en eau des sols et se trouve dans une fenêtre atmosphérique (Fabre et al., 2015). De plus, la baisse de la réflectance du sol en fonction de la teneur en eau est plus douce ce qui permet de mieux discriminer les différents états d'humidité avec la réflectance (Fig. 5.10c).

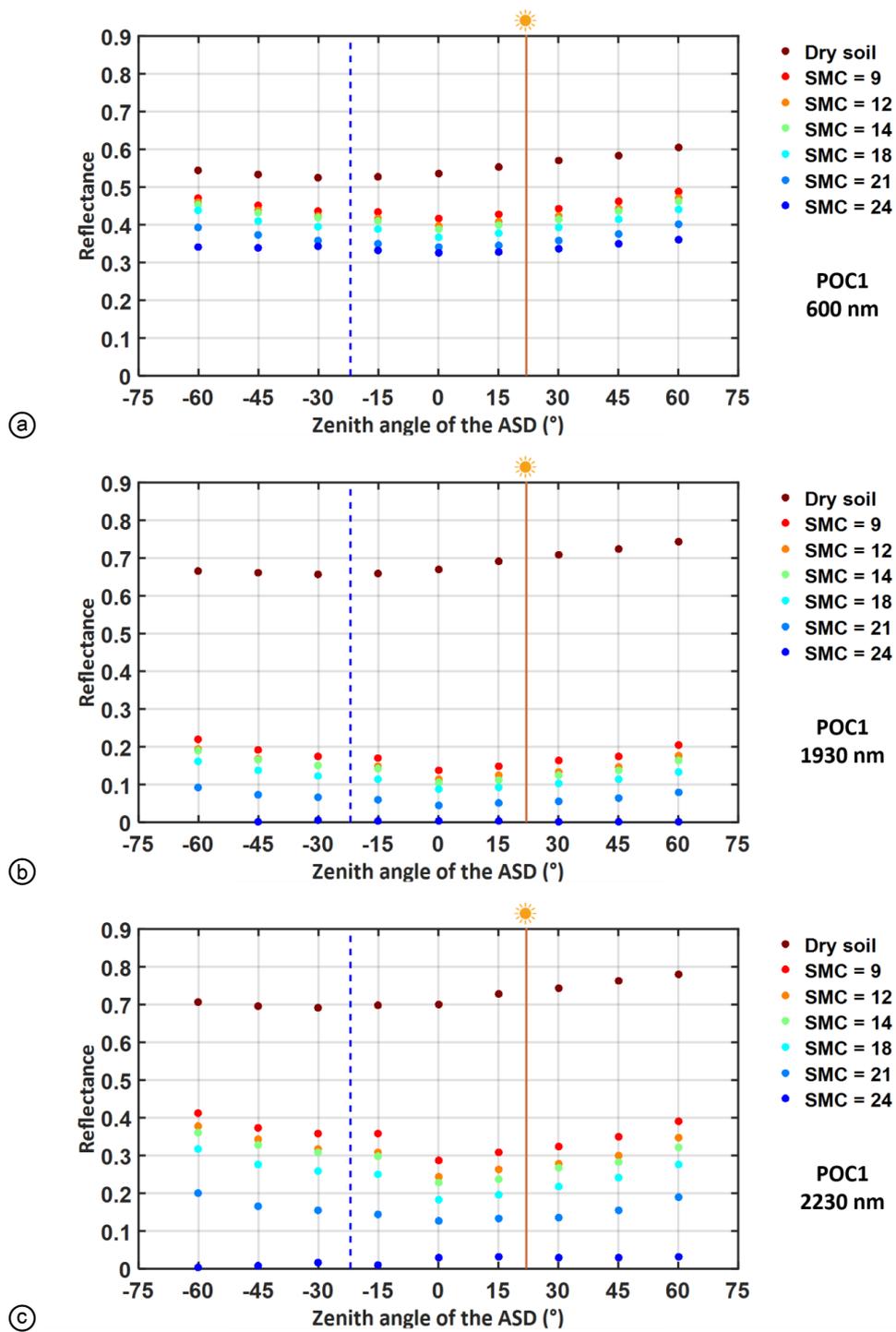


Fig. 5.10. Réflectances dans le plan principal du sable POC1 à (a) 600, (b) 1930 et (c) 2230 nm en fonction de l'angle zénithal de visée.

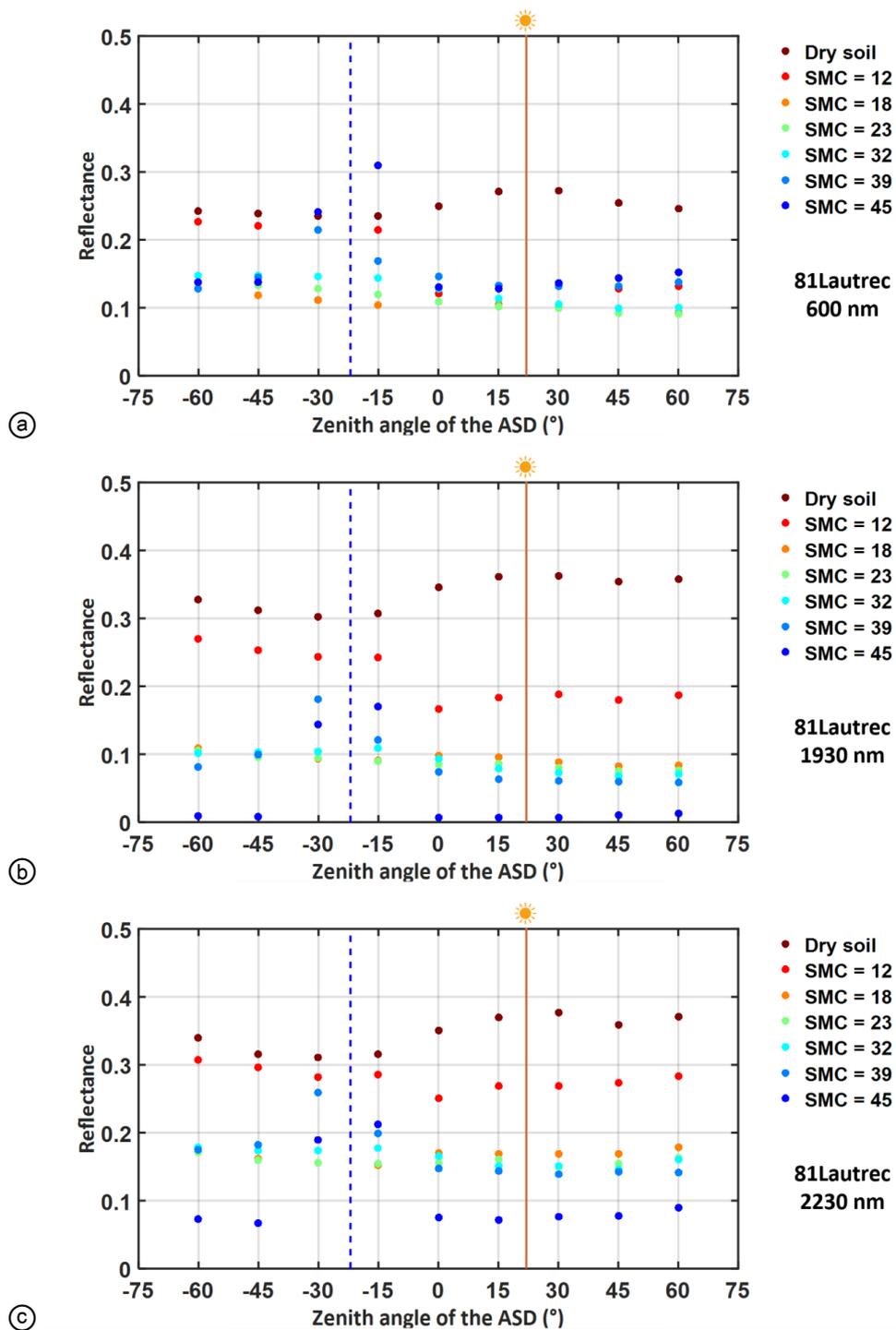


Fig. 5.11. Réflectances dans le plan principal du sol argileux 81Lautrec à (a) 600, (b) 1930 et (c) 2230 nm en fonction de l'angle zénithal de visée.

V.2.3 Analyse de l'estimation du SMC selon l'angle

Nous venons de voir que l'évolution de la réflectance du sol 81Lautrec variait significativement avec la teneur en eau en fonction des angles de visée, en particulier dans la direction spéculaire. Cette variation dégrade l'estimation du SMC avec MARMITforSMC. Nous avons d'abord regardé comment les relations entre SMC et φ variaient pour chaque angle de visée et chaque sol, puis nous les avons comparées aux équations de

calibration obtenues dans la [section III.4.1](#) (Fig. 5.12). Pour plus de clarté, nous avons séparé les points (Fig. 5.12a-b) et les sigmoïdes associées (Fig. 5.12c-d). Le paramètre K est inchangé pour les deux sols quel que soit l'angle de visée. Nous avons vu dans la [section III.4.1](#) que ce paramètre était lié à la teneur en eau à saturation, donc à la porosité du sol. En revanche le paramètre ψ (pente entre les deux asymptotes) des équations de calibration change pour les angles rasants à l'opposé de la source lumineuse (-45 et -60°) pour le sable et change pour chaque angle de visée pour le sol argileux. Pour ce sol on observe une séparation nette entre les calibrations dans les angles positifs (du côté de la lampe par rapport au nadir) et les calibrations dans les angles négatifs (à l'opposé de la lampe par rapport au nadir). De manière générale, les équations de calibration obtenues avec des angles de visée négatifs sont plutôt situées vers les petits φ avec une pente ψ plus importante, et plus l'angle de visée opposé est rasant, plus ψ est important. On voit que même si la réflectance a un comportement différent dans la direction spéculaire, une équation de calibration comparable à celles obtenues aux autres angles de visée peut être établie. On constate également que la sigmoïde obtenue au nadir pour le sol sableux n'est pas la plus proche de celle obtenue avec le protocole décrit en [section III.4](#). On retrouve ici une illustration de la variabilité de la réflectance du sol.

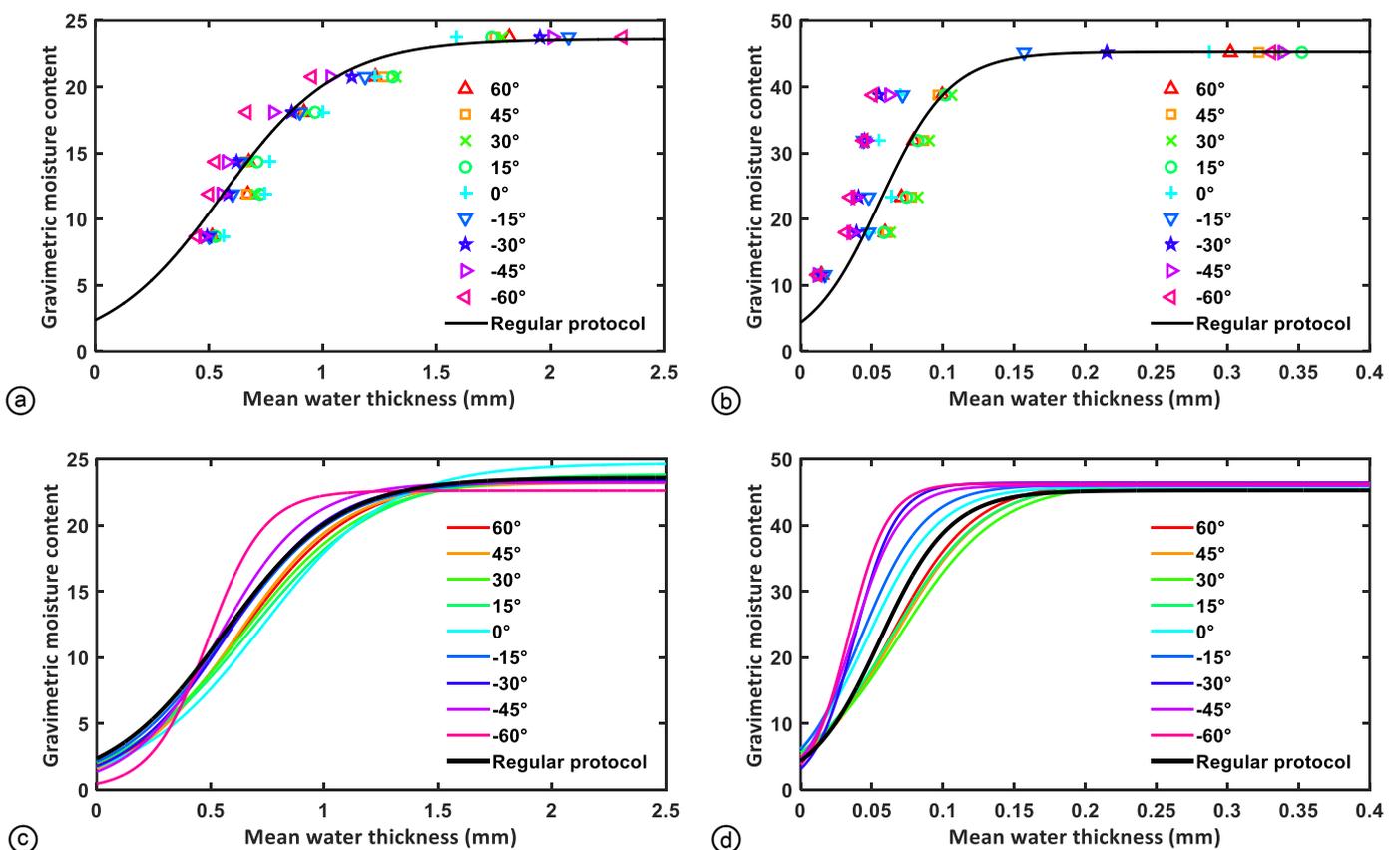


Fig. 5.12. Évolution du SMC en fonction de φ pour les neuf angles de visée (a) pour le sable et (b) le sol argileux. En dessous les fonctions sigmoïdes associées.

Nous allons maintenant utiliser l'équation de calibration obtenue avec le protocole normal et celle obtenue avec l'ASD à -60° dans cette expérience, car c'est à cet angle que la courbe de calibration s'éloigne la plus

des autres (Fig. 5.12c-d). Elle conduira donc à des estimations de SMC aux antipodes de celles fournies par le protocole normal. Afin de mesurer l'impact de l'angle de visée sur l'estimation de SMC avec MARMITforSMC, nous avons comparé le SMC obtenu pour chaque angle et chaque teneur en eau avec ces deux équations de calibration et celui mesuré au cours de l'expérience (Fig. 5.13). Pour le sable POC1, si on prend l'équation de calibration obtenue avec le protocole normal (équation 4.4), l'estimation du SMC semble dépendre assez peu de l'angle de visée (RMSE = 1,61 %, Fig. 5.13a). La différence entre SMC mesuré et SMC estimé atteint un maximum de 4 % (angle de visée de -60°). À l'inverse, pour l'argile, toujours si nous prenons l'équation de calibration obtenue avec le protocole normal (équation 4.5), les estimations sont très influencées par l'angle de visée (RMSE = 6,93 %, Fig. 5.13b). La différence entre SMC mesuré et estimé est au maximum de 20 %. Pour les deux sols, MARMITforSMC surestime SMC pour les angles supérieurs ou égaux à 15° et le sous-estime pour les angles inférieurs ou égaux à -15° . Les différences de réflectance en fonction de la teneur en eau sont moins importantes pour les angles négatifs (diffusion avant) que pour les angles positifs (diffusion arrière) (Figs 5.10 et 5.11) donc MARMITforSMC sous-estime le SMC à ces angles de visée si on utilise l'équation de calibration obtenue avec le protocole normal. Ce phénomène est plus marqué pour l'argile que pour le sable.

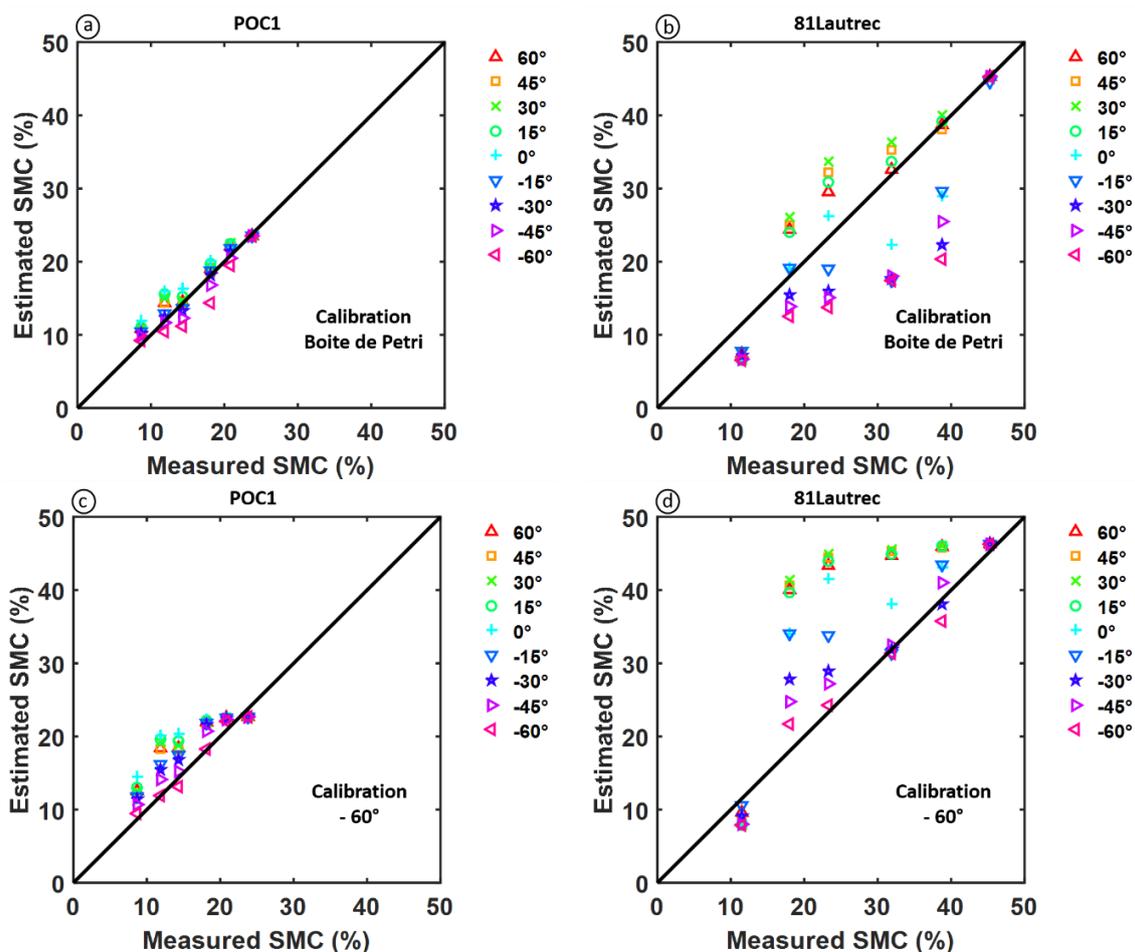


Fig. 5.13. Comparaison entre SMC estimé et mesuré pour (a) le sable POC1 et (b) le sol argileux 81Lautrec en utilisant l'équation de calibration du protocole normal et (c) et (d) respectivement pour le sable POC1 et le sol argileux 81Lautrec en utilisant l'équation de calibration obtenue quand l'ASD était à -60° .

Si on utilise maintenant l'équation de calibration obtenue pour l'angle de visée à -60° , alors nous surestimons SMC avec MARMITforSMC pour les deux sols. Le RMSE moyen pour l'argile est de 9,49 % et pour le sable de 3,36 %. Cette surestimation reste pour le moment mal comprise. Nous ne pouvons que conclure qu'il n'est pas optimal d'utiliser des équations de calibration obtenues pour des angles rasants pour estimer le SMC d'un sol à différentes géométries de mesure. En revanche, utiliser la configuration avec l'ASD au nadir et la lampe à 15° semble être la configuration la plus adaptée pour déterminer SMC à n'importe quel angle de visée à condition qu'il ne soit pas trop rasant car le sol peut polariser la lumière incidente pour des angles supérieurs à 60° .

Synthèse du chapitre V

MARMITforSMC a été testé dans deux conditions particulières : (1) la zone servant de réflectance de sol sec de référence est différente de la zone humide dont on veut estimer SMC et (2) une relation de calibration entre SMC et φ acquise sur un angle de visée a été utilisée à d'autres angles de visée. Dans les deux cas, on s'aperçoit que les effets sur l'estimation de SMC pour le sable sont minimes. En effet, pour la configuration « zones différentes » l'erreur par rapport à la configuration « normale » est au maximum de 5,6 %. Si on compare le SMC estimé avec l'équation de calibration obtenue avec l'ASD au nadir et la lampe à 15° à différents angles de visée au SMC mesuré par pesée, alors le RMSE est faible (RMSE = 1,61 %). Pour le sol argileux les effets des deux conditions sont très importants : si on prend la réflectance de sol sec sur une zone différente de celle dont on veut estimer l'humidité, alors la différence entre SMC obtenus dans les configurations « normale » et « zones différentes » peut atteindre 40,9 %. Mais cette erreur sur l'estimation peut être corrigée en prenant des zones d'étude plus grandes qui moyenneraient les variations de granulométrie du sol. Toujours pour le sol argileux, si on compare le SMC estimé avec l'équation de calibration obtenue avec le protocole normal à différents angles de visée au SMC mesuré par pesée, alors le RMSE est important (RMSE = 6,93 %). En conclusion, pour les sols dont la granulométrie est homogène, il est possible de n'utiliser qu'une seule image hyperspectrale dans laquelle on identifiera une zone sèche qui servira de réflectance de sol sec de référence dans MARMIT pour estimer l'humidité des zones humides. En revanche, pour les sols dont la granulométrie est très hétérogène il est préférable d'utiliser des données multi temporelles : une image correspondant à l'état sec et une image correspondant à l'état humide. Enfin, pour les sols argileux, il faudra faire attention de ne pas prendre un angle trop rasant et opposé à l'éclairement car l'estimation du SMC serait alors tronquée (si on utilise une relation entre SMC et φ calibrée pour un angle d'éclairement de 15°). La prochaine étape dans l'étude de l'effet des angles de visée sur MARMIT serait de modéliser la BRDF d'un sol en fonction de sa teneur en eau, car il existe pour le moment très peu de modèles le permettant.

Chapitre VI

MARMIT 2.1 et 2.2 : améliorations de MARMIT

Nous avons vu dans le [chapitre III](#) que MARMIT permettait de simuler des spectres de réflectance de sols à différents taux d'humidité. Si les estimations de SMC obtenues sont satisfaisantes, l'ajustement des spectres est parfois mauvais, en particulier pour les teneurs en eau supérieures à 20 % ([Fig. 3.6](#)). La réflectance des sols est surestimée par le modèle en dehors des pics d'absorption de l'eau où seule l'efficacité influe sur la forme du spectre, et elle est sous-estimée dans les pics d'absorption de l'eau. Bach avait constaté ce problème d'ajustement et l'avait contourné en laissant le paramètre ε libre, ce qui permet l'ajustement hors des bandes d'absorption de l'eau. Elle a aussi déterminé empiriquement un coefficient d'absorption de l'eau liée au sol, ce qui permet l'ajustement dans les pics d'absorption de l'eau. Or, ce problème d'ajustement provient de la non prise en compte de paramètres physiques. Dans MARMIT, la lame d'eau est considérée comme plane au-dessus du sol et est assimilée à de l'eau pure. Nous commencerons par changer la géométrie de la lame d'eau puis nous y inclurons des particules de sols afin de modifier ses propriétés optiques en changeant son indice de réfraction.

VI.1 Géométrie de la lame d'eau

Dans MARMIT, la lame d'eau au-dessus du sol est considérée comme plane. L'angle d'incidence de la lumière est donc constant et égal à θ_i . La réalité est plus complexe : l'eau suit les contours du sol donc l'angle d'incidence varie localement (Fig. 6.1). Ce changement de géométrie a un effet sur la quantité de lumière incidente pénétrant dans le système eau-sol, donc sur la réflectance du sol humide. Cela a aussi un impact sur la pénétration et la propagation de la lumière dans la lame d'eau : elle n'est plus directionnelle mais diffuse, ce qui nécessite d'adapter la loi de Beer-Lambert qui, dans MARMIT, considère que la lumière a un angle d'incidence donné par rapport à la verticale. Nous discuterons d'abord de l'effet de cet angle sur la réflectance modélisée du sol, puis nous considérerons la loi de Beer-Lambert pour un rayonnement incident diffus.

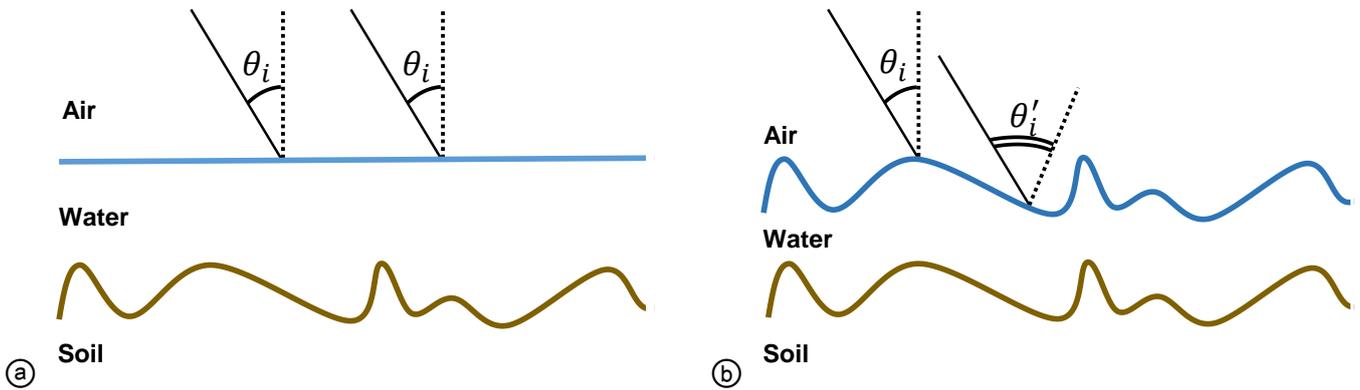


Fig. 6.1. Schéma (a) de MARMIT et (b) MARMIT avec couche d'eau, plus complexe, suivant la géométrie du sol.

VI.1.1 Coefficients de Fresnel en lumière diffuse

Nous avons vu dans la section III.1 que les coefficients de Fresnel permettaient de calculer la transmission de la lumière entre l'air et l'eau pour un angle d'incidence donné. Ces coefficients viennent d'une équation générale (Stern, 1964) :

$$t_{av}(n) = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \int_{\theta_1}^{\theta_2} [1/2 t_s(x, n) + 1/2 t_p(x, n)] \cos \theta \sin \theta d\theta}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta \sin \theta d\theta} \quad (6.1)$$

avec t_s et t_p les coefficients de transmission pour la lumière polarisée respectivement perpendiculairement et parallèlement au plan d'incidence (équations 3.3 et 3.4), $x = \sin^2 \theta$ et $n = n_1/n_2 \leq 1$. Dans notre cas, $n_1 = 1$ et $n_2 = n_w$ est l'indice de réfraction de l'eau pure. Dans le cas d'un rayonnement directionnel, $\theta_1 = \theta_2 = \theta_i$ et nous retrouvons le coefficient t_{12} utilisé dans MARMIT avec l'équation 6.1. Dans le cas d'une couche d'eau non plane au-dessus du sol, l'angle entre la normale à la lame d'eau et le rayon de lumière incident n'est plus constant. Cet angle est alors compris entre 0 (rayon perpendiculaire à la surface) et θ_c , angle d'ouverture d'un cône imaginaire qui dépend de la géométrie de la surface considérée (Fig. 6.2). L'équation 6.1 se réécrit en remplaçant les bornes de la deuxième intégrale θ_1 et θ_2 respectivement par 0 et θ_c .

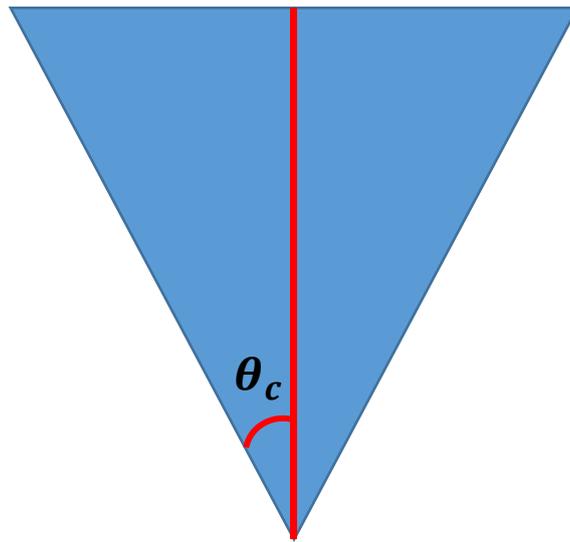


Fig. 6.2. Représentation du cône de lumière.

La transmission à l'interface air-eau dépend alors de l'angle d'ouverture du cône : plus il est important et plus $t_{av}(n)$ est petit (Fig. 6.3). La transmission de la lumière dans le système eau-sol étant plus faible, la réflectance totale du système diminue sur tout le spectre puisque notre modèle ignore r_{12} . Cette diminution de la transmission à l'interface air-eau reste cependant assez faible.

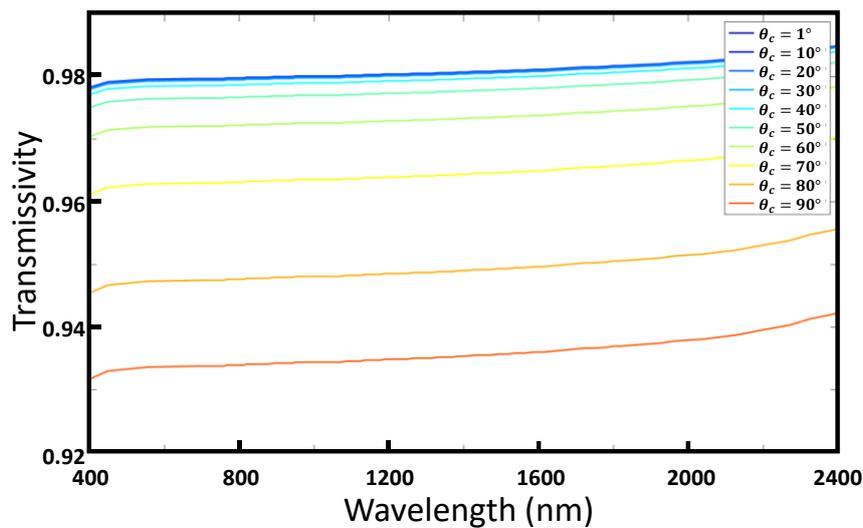


Fig. 6.3. Évolution de la transmission entre l'air et l'eau en fonction de la longueur d'onde et pour plusieurs angles d'ouverture du cône de la Fig. 6.2.

En supposant la géométrie du sol aléatoire, c'est-à-dire si nous partons du principe que les rayons lumineux incidents peuvent pénétrer dans la lame d'eau avec n'importe quel angle par rapport à la normale à celle-ci, alors l'angle d'incidence d'un rayon lumineux incident sera compris entre 0 et 90° . Nous pouvons donc poser $\theta_c = \pi/2$. La lumière pénétrant dans la lame d'eau n'est donc plus directionnelle mais totalement diffuse.

VI.1.2 Loi de Beer-Lambert en lumière diffuse

Comme l'angle d'incidence des rayons lumineux à l'interface air-eau est constant dans MARMIT, la distance parcourue par les rayons lumineux entre l'interface air-eau et le sol est supposée constante. Donc la loi de Beer-Lambert utilisée est adaptée à un rayon lumineux directionnel. Maintenant que la géométrie de la lame d'eau a changé et que le rayonnement incident est considéré comme diffus, le chemin des rayons lumineux dans la lame d'eau n'est plus identique et la loi de Beer-Lambert appliquée jusqu'à présent dans MARMIT n'est plus valide et doit être adaptée (**Annexes du chapitre VI**) :

$$T_w = \pi \left[(1 - \alpha L) e^{-\alpha L} + \alpha L \int_{\alpha L}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \right] \quad (6.2)$$

Cette généralisation de la loi de Beer-Lambert a été utilisée dans le « plate model » ([Allen et al., 1969](#)) et dans PROSPECT ([Jacquemoud & Baret, 1990](#)) pour déterminer la transmission de la lumière à travers les feuilles. Celles-ci sont assimilées à un empilement de couches planes parallèles et rugueuses, exactement comme dans notre nouvelle version de MARMIT où nous avons une succession de deux couches planes parallèles et rugueuses (l'eau et le sol). Si on prend une couche d'eau de 0,1 mm d'épaisseur, une valeur typiquement obtenue après inversion de MARMIT, on voit que la transmission par la lame d'eau est plus faible si on injecte l'équation 6.2 dans MARMIT par rapport à une transmission de lumière directionnelle et d'angle θ_i unique et égal à 15° (**Fig. 6.4**).

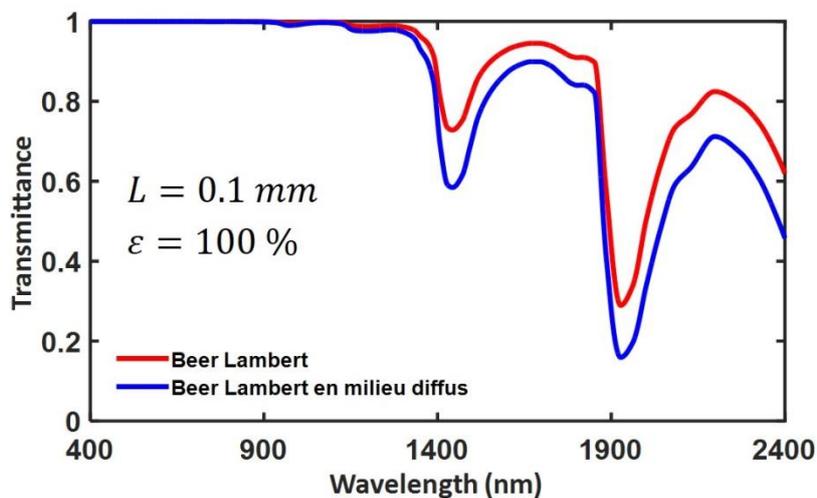


Fig. 6.4. Spectres de transmittance à travers la lame d'eau simulés pour des valeurs de L et ε fixées. En bleu loi de Beer-Lambert généralisée (équation 6.2) et en rouge loi de Beer-Lambert pour un angle d'incidence de 15° .

Deux changements ont été apportés à MARMIT : (1) changement de géométrie de la lame d'eau et (2) modification de la loi de Beer-Lambert qui en découle. Cela constitue le modèle MARMIT 2.1.

VI.1.3 Résultats

Pour montrer les améliorations apportées par MARMIT 2.1, nous avons sélectionné deux sols du jeu de données Bab16 pour lesquels l'ajustement des spectres de réflectance était visuellement mauvais pour les fortes teneurs en eau : Luvisol208TE et Carbonate TH-E12. La Fig. 6.5 compare l'ajustement de MARMIT et MARMIT 2.1 sur ces deux sols pour différentes teneurs en eau. L'ajustement est sensiblement identique, même si on constate une légère amélioration pour le deuxième sol autour de 1000 nm. En traçant le RMSE spectral pour MARMIT et MARMIT 2.1 pour tous les sols de la base de données (section III.2), on constate que les spectres de réflectance sont légèrement mieux ajustés par MARMIT 2.1 (Fig. 6.6). C'est en particulier le cas entre les deux pics principaux d'absorption de l'eau et dans le deuxième pic d'absorption de l'eau avec une amélioration de l'ajustement de 0,3 %. Ces améliorations ne suffisent pas à expliquer les problèmes d'ajustement de MARMIT. Nous allons donc étudier l'effet d'un changement de propriétés optiques de la lame d'eau au-dessus du sol.

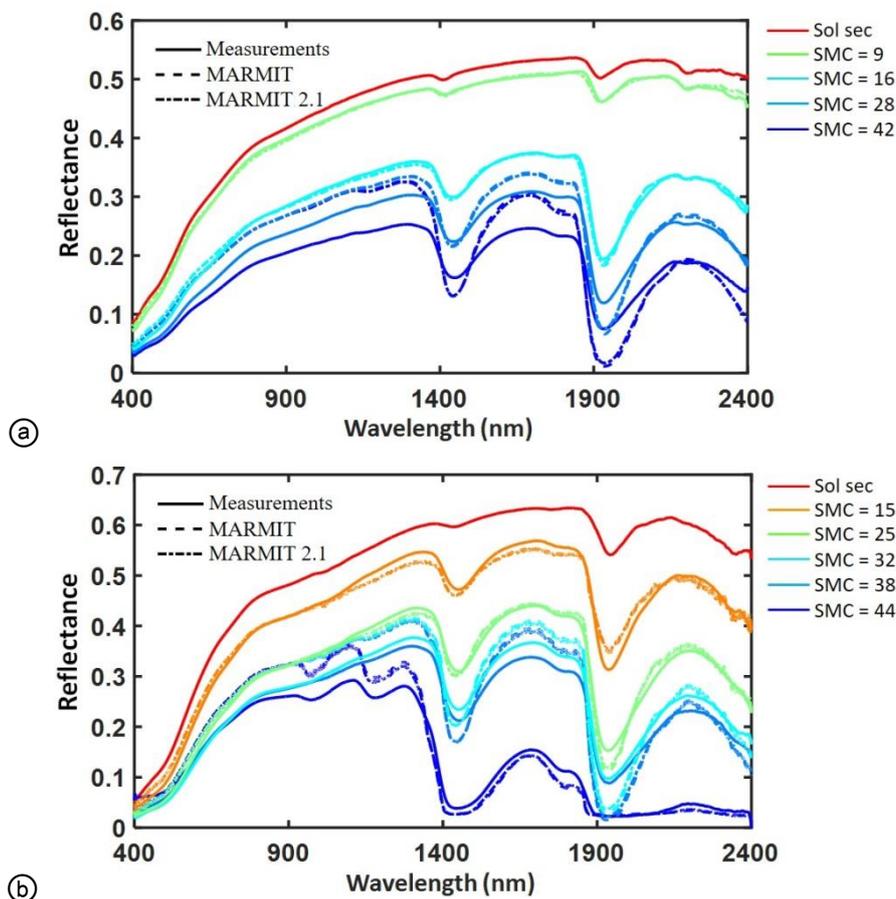


Fig. 6.5. Ajustement de MARMIT et MARMIT 2.1 sur les sols (a) Luvisol208TE et (b) Carbonate TH-E12 du jeu de données Bab16.

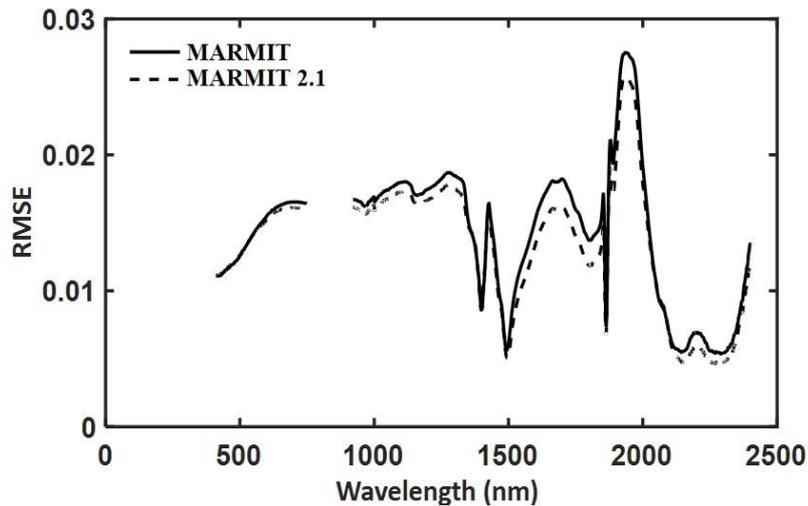


Fig. 6.6. RMSE spectraux obtenus sur tous les sols de la base de données pour MARMIT et MARMIT 2.1.

VI.2 Indice de réfraction de la lame d'eau

Dans MARMIT la lame d'eau est constituée d'eau pure. Or selon [Philpot \(2010\)](#), des particules de sol pourraient être incluses ce qui aurait pour effet de changer son Indice de réfraction¹ qui n'est plus celui de l'eau pure mais l'Indice de réfraction effectif d'un mélange de particules de sol et d'eau. Dans cette section nous allons montrer l'effet d'un ajout de particules de sol dans la lame d'eau dans le modèle MARMIT. Dans un premier temps nous définirons l'Indice de réfraction d'un matériau puis nous introduirons les théories du milieu effectif qui permettent de calculer l'indice de réfraction n_{eff} d'un mélange de matériaux. Enfin nous montrerons les résultats apportés par l'implémentation d'une de ces théories dans MARMIT 2.1.

VI.2.1 Indice de réfraction

VI.2.1.1 Généralités

Communément on définit l'indice de réfraction n d'un milieu par :

$$n = \frac{c}{v} \quad (6.3)$$

avec c la vitesse de la lumière dans le vide et v la vitesse de phase de la lumière dans le milieu considéré. Les principaux défauts de cette définition sont qu'elle laisse à penser qu'il est impossible d'avoir des indices de réfraction inférieurs à 1 et que l'indice de réfraction ne prend que des valeurs réelles. Or ces deux affirmations sont fausses. D'abord parce que v n'est pas la vitesse de la lumière dans le milieu (qui ne peut pas être supérieure à la vitesse de la lumière dans le vide) mais la vitesse de phase de l'onde (qui peut être supérieure

¹ Ici on met un I majuscule pour ne pas confondre le nombre complexe qu'est l'Indice de réfraction et sa partie réelle que l'on appelle communément (et depuis le début du manuscrit) « indice de réfraction ».

à la vitesse de la lumière dans le vide). Ensuite il est facile de montrer que n est un nombre complexe en passant par la susceptibilité électrique. En effet, pour des matériaux amagnétiques :

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_0(1 + \hat{\chi}(\lambda)) \quad (6.4)$$

avec $\hat{\varepsilon}$ la permittivité diélectrique complexe du milieu considéré, ε_0 la permittivité diélectrique du vide et $\hat{\chi}(\lambda)$ sa susceptibilité qui est aussi un nombre complexe. Or $1 + \hat{\chi}(\lambda) = \hat{n}^2$ (Chartier, 1997) donc l'indice de réfraction est un nombre complexe. On peut alors poser que (Born & Wolf, 1975) :

$$\hat{n} = \sqrt{\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_0}} \quad (6.5)$$

La partie réelle n de l'Indice de réfraction \hat{n} , appelée communément « indice de réfraction », gouverne la réfraction de l'onde lumineuse aux interfaces entre deux milieux. La partie imaginaire k , appelée coefficient d'extinction, est reliée au coefficient d'absorption α du milieu par :

$$\alpha = \frac{4\pi k}{\lambda} \quad (6.6)$$

Donc si la partie imaginaire de l'Indice de réfraction d'un milieu change, son coefficient d'absorption change aussi. De façon générale, il est compliqué de mesurer l'Indice de réfraction d'un constituant solide. La mesure de la partie réelle dépend de la nature des échantillons (Batsanov et al., 2016). Si la taille de l'échantillon est suffisante, il peut être découpé en prisme et son indice de réfraction peut être mesuré très précisément (e.g., Tentori & Lerma, 1990 ; Medenbach et al., 2001) grâce à des méthodes d'interférence (e.g., Moskalev & Smirnova, 1987) ou d'ellipsométrie (e.g., Jellison & Modine, 1997). Si sa taille est plus réduite, par exemple s'il se présente sous forme de poudre, l'indice de réfraction est généralement mesuré grâce à la méthode d'immersion (e.g., Saylor, 1935 ; Little & Kane, 2011). Le coefficient d'extinction peut être aussi mesuré par ellipsométrie (e.g. Lehmuskero et al., 2007) ou via la loi de Beer-Lambert (Weingartner et al., 2003). Mais cette dernière technique dépend de la rugosité de l'échantillon étudié (Borgogno & Pelletier, 1988). C'est la raison pour laquelle il est plus compliqué de déterminer le coefficient d'extinction d'un matériau que son indice de réfraction. L'autre moyen de retrouver le coefficient d'extinction est d'appliquer les relations de Kramers-Kronig qui relient la partie réelle et la partie imaginaire de l'Indice de réfraction (Lucarini et al., 2005). Pour cela, il faut cependant connaître l'une ou l'autre sur tout le spectre électromagnétique. Dans la partie suivante, nous nous intéresserons aux indices de réfractifs des minéraux présents dans les sols.

VI.2.1.2 Indices de réfraction des minéraux

Le site internet <https://refractiveindex.info/> regroupe les indices de réfraction et d'extinction de divers matériaux dont des minéraux. Certains comme la Goethite n'y sont cependant pas répertoriés (Baranoski et al, 2015). Le livre *Handbook of Optical of Solids* (Palik, 1985) regroupe aussi plusieurs indices de réfraction de minéraux. Une étude bibliographique, commencée dans le cadre de cette thèse, a permis de constituer une base de données succincte d'Indices de réfraction de minéraux présents dans les sols (Tableau 6.1).

Minéral	Longueurs d'onde	n	k	Source
Alumine	210 – 55600 nm	×	×	Querry (1985)
Calcite	204 – 2172 nm	×		Gosh (1999)
Goethite	400 – 1000 nm	×		Baranoski et al. (2015)
Hématite	210 – 55600 nm	×	×	Querry (1985)
Illite	185 – 2600 nm	×	×	Egan & Hilgeman (1979)
Kaolinite	185 – 2600 nm	×	×	Egan & Hilgeman (1979)
Magnétite	210 – 55600 nm	×	×	Querry (1985)
Montmorillonite	185 – 2600 nm	×	×	Querry (1987)
Pyrite	200 – 2500 nm	×	×	Palik (1985)
Quartz	250 – 2500 nm	×	×	Gosh (1999)

Tableau 6.1. Indices de réfraction de quelques minéraux (Chanteloube, 2018 ; Trévin, 2018).

VI.2.2 Théories du milieu effectif

Comme mentionné plus haut, les théories du milieu effectif permettent de calculer l'indice de réfraction d'un mélange. Elles consistent à définir la fonction diélectrique de ce milieu. Elles sont basées sur le calcul du champ local polarisant de chaque inclusion, ce qui nous oblige à étudier la matière au niveau microscopique. Il existe différentes approches.

VI.2.2.1 Modèle Landau, Lifshitz, Looyenga (LLL)

Le modèle LLL (Looyenga, 1965 ; Landau & Lifchitz, 1969) utilise une sphère virtuelle de permittivité diélectrique ε_m (m pour matrice) qui inclut une fraction volumétrique donnée δ_i de particules de forme quelconque de permittivité diélectrique ε_i (i pour inclusion) (Fig. 6.7). En ajoutant successivement une quantité infinitésimale de particules, la permittivité effective (ε_{eff}) augmente légèrement, ce qui peut être décrit par une approximation de Taylor. Cette théorie conduit à l'équation

$$\varepsilon_{eff}^{1/3} = \delta_i \varepsilon_i^{1/3} + (1 - \delta_i) \varepsilon_m^{1/3} \quad (6.7)$$

qui s'applique à un milieu hétérogène constitué de matériaux dont les permittivités diélectriques sont proches et dont les inclusions ont des formes irrégulières (Nelson, 2005). On l'utilise pour des diélectriques de type alliages plutôt que pour des matériaux granulaires.

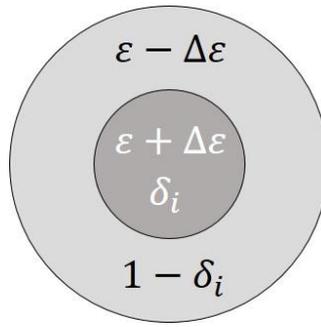


Fig. 6.7. Schéma du principe de base du modèle LLL : une fraction volumétrique δ_i de particule de permittivité diélectrique $\varepsilon_i = \varepsilon + \Delta\varepsilon$ est incorporée dans une sphère virtuelle de permittivité diélectrique $\varepsilon_m = \varepsilon - \Delta\varepsilon$.

VI.2.2.2 Théorie de Maxwell Garnett

Dans cette théorie, des particules d'un certain type de matériau sont incluses dans une matrice constituée d'un autre matériau (Fig. 6.8). Les inclusions sont petites (diamètre $\varnothing \ll \lambda$) et sont séparées d'une distance importante ($d \gg \lambda$). Elles n'interagissent pas entre elles, c'est-à-dire que la polarisabilité de l'ensemble des inclusions est la somme des polarisabilités individuelles.

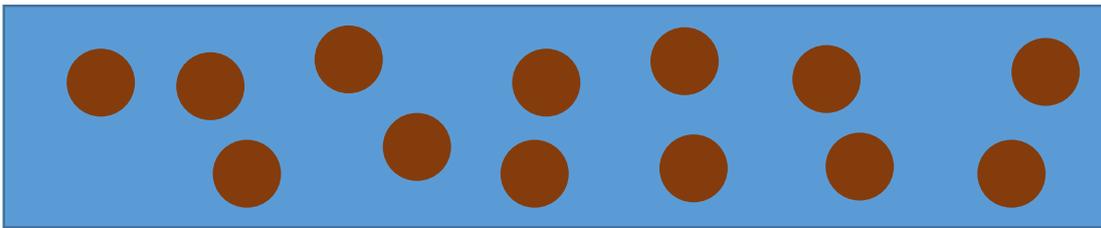


Fig. 6.8. Schéma de la théorie de Maxwell Garnett. En bleu la matrice et en marron les inclusions.

Dans le cas de deux constituants, nous avons une matrice de fonction diélectrique ε_m et des inclusions de fonction diélectrique ε_i . On peut alors écrire (Maxwell Garnett, 1904, 1906, annexes du chapitre VI) :

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_m}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_m} = \delta_i \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_m}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m} \quad (6.8)$$

avec δ_i le volume occupé par les inclusions dans la matrice. Comme la distance séparant les particules doit être importante, le volume maximum ne doit pas être trop important (Berthier, 1993 ; Scheller, 2010 ; Markel, 2016). Il est généralement compris entre 20 et 25 % (Ruppin, 1978 ; Levy & Stroud, 1997 ; Koledintseva et al., 2006). L'équation 6.8 est exacte pour des inclusions sphériques et pour un seul type d'inclusion dans une matrice. Cette théorie est simple et concorde parfaitement avec le modèle MARMIT. En effet la matrice serait la lame d'eau au-dessus du sol alors que les inclusions seraient des particules du sol, en suspension dans cette lame d'eau. Il existe une formule pour un nombre k d'inclusions (Berthier, 1993) :

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_m}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_m} = \sum_k \delta_k \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_m}{\varepsilon_k + 2\varepsilon_m} \quad (6.9)$$

avec δ_k et ε_k respectivement le volume et la fonction diélectrique du matériau k . Il existe aussi une formule pour des inclusions ellipsoïdales (Cohen et al., 1973) :

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_i(A_i + \delta_i(1 - A_i)) + \varepsilon_m(1 - \delta_i)(1 - A_i)}{\varepsilon_i A_i(1 - \delta_i) + \varepsilon_m(1 - A_i(1 - \delta_i))} \quad (6.10)$$

avec A_i un facteur de dépolarisation des ellipsoïdes qui dépend du rapport entre le demi grand axe et le demi petit axe de l'ellipse (sans unité).

VI.2.2.3 Théorie de Bruggeman

Cette théorie est une théorie de champ moyen. Toutes les inclusions sont en suspension dans le milieu moyen réalisant alors un continuum. Les interactions entre les inclusions ne sont plus négligées, mais au contraire très importantes et forment un tout. Bruggeman (1935) obtient alors (Annexes du chapitre VI) :

$$\sum_k \delta_k \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_{eff}}{\varepsilon_k + 2\varepsilon_{eff}} = 0 \quad (6.11)$$

avec δ_k le volume occupé par les inclusions du matériau k dans l'ensemble, ε_k la fonction diélectrique du matériau k et la condition $\sum_k \delta_k = 1$. Si on considère deux constituants, l'équation 6.11 s'écrit :

$$\delta_1 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{eff}}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_{eff}} + \delta_2 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_{eff}}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_{eff}} = 0 \quad (6.12)$$

avec δ_1 et δ_2 les volumes occupés respectivement par les matériaux 1 et 2 et ε_1 et ε_2 leurs permittivités diélectriques. Il existe des versions de cette théorie pour des inclusions elliptiques ou cylindriques (Scheller, 2010).

VI.2.3 Adaptation de MARMIT : MARMIT 2.2

Nous allons évaluer l'effet d'un changement d'indice de réfraction de la lame d'eau sur l'ajustement de MARMIT aux données. Un mélange constitué d'une matrice contenant un seul type d'inclusion paraît être le modèle le plus adapté. Nous utiliserons donc la théorie de Maxwell Garnett avec une matrice d'eau contenant des particules sphériques de sol en suspension. Nous avons donc récrit l'équation 6.8 (Annexes du chapitre VI) :

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_m \frac{2\delta_i(\varepsilon_i - \varepsilon_m) + \varepsilon_i + 2\varepsilon_m}{2\varepsilon_m + \varepsilon_i + \delta_i(\varepsilon_m - \varepsilon_i)} \quad (6.13)$$

Grâce à l'équation 6.5 on peut calculer l'indice de réfraction effectif n_{eff} d'un mélange eau / particules de sol. On adapte ensuite le coefficient d'absorption en partant de l'hypothèse que le coefficient d'absorption de la lame d'eau avec des inclusions est une simple fonction additive des coefficients d'absorption de l'eau (α_w)

et des inclusions (α_i), pondérés selon leur proportion volumique (δ_i) (Barrón et Torrent, 1986 ; Ciani et al., 2005 ; Hu et Johnston, 2009 ; Sadeghi et al 2015). On obtient donc :

$$\alpha_{w+i} = (1 - \delta_i)\alpha_w + \delta_i\alpha_i \quad (6.14)$$

Nous allons considérer n_{eff} dans les coefficients de transmission t_{12} , t_{21} et r_{21} (équations 2.17 et 3.2) et α_{w+i} dans la loi de Beer-Lambert généralisée (équation 6.2) de MARMIT 2.1. Nous appellerons ce nouveau modèle MARMIT 2.2. La variable δ_i , volume occupée par les inclusions dans la matrice d'eau, sera estimée en même temps que les variables L et ε et sera bornée entre 0 et 25 % (voir section VI.2.2.2). Nous minimiserons donc la fonction de mérite suivante :

$$\chi^2(L, \varepsilon, \delta_i) = \sqrt{\frac{\sum_{\lambda_1}^{\lambda_2} (R_{mes}(\lambda) - R_{mod}(\lambda, L, \varepsilon, \delta_i))^2}{n_\lambda}} \quad (6.15)$$

avec R_{mes} la réflectance mesurée à la longueur d'onde λ , R_{mod} la réflectance modélisée à la longueur d'onde λ et n_λ le nombre de longueurs d'onde.

VI.2.4 Résultats

Pour pouvoir utiliser cette théorie nous devons connaître les constituants majoritaires du sol et leur Indice de réfraction. Les échantillons de la base de données pour lesquels nous possédons la teneur en minéraux sont principalement constitués d'alumine, de quartz et de calcite. La partie réelle de l'indice de réfraction de ces trois minéraux est connue ; les parties imaginaires de l'indice de réfraction de l'alumine et du quartz sont proches de 0, celle de la calcite est inconnue. Mais cette dernière étant transparente dans le visible, nous ferons l'hypothèse qu'elle est également nulle. Nous avons testé MARMIT 2.2 sur le sol s51B2 extrait du jeu de données Whit04 et qui contient 28 % de silice (SiO_2 , Fig. 6.9a), sur le sol t33028 extrait du même jeu de données et qui contient 63 % de carbonate de calcium ($CaCO_3$, Fig. 6.9b), et enfin sur le sol Alumine G-E5 extrait du jeu de données Bab16 et qui est essentiellement composé d'alumine (Al_2O_3 , Fig. 6.9c).

Comme les coefficients d'extinctions de ces trois minéraux sont nuls, leur coefficient d'absorption est nul aussi ($\alpha_i = 0$). Donc, pour ces trois minéraux, l'équation 6.14 se réécrit :

$$\alpha_{w+i} = (1 - \delta_i)\alpha_w \quad (6.16)$$

L'alumine, la silice et le carbonate de calcium sont des matériaux biréfringents, c'est-à-dire que leur indice de réfraction dépend de la polarisation de la lumière. Par chance ils sont uniaxes, c'est-à-dire qu'ils n'ont que deux indices de réfraction possibles. La lumière dont la polarisation est perpendiculaire à l'axe optique est régie par un indice de réfraction n_o (o pour « ordinaire »). La lumière dont la polarisation est dans la direction de l'axe optique a un indice de réfraction n_e (e pour « extraordinaire »). L'axe optique est un axe autour duquel le matériau peut effectuer une rotation sans modifier son comportement optique. Or, comme vu précédemment,

dans nos expériences la lumière n'est pas polarisée. Donc la moyenne des indices de réfraction ordinaire et extraordinaire, pour les matériaux considérés, sera prise en compte (Fig. 6.10).

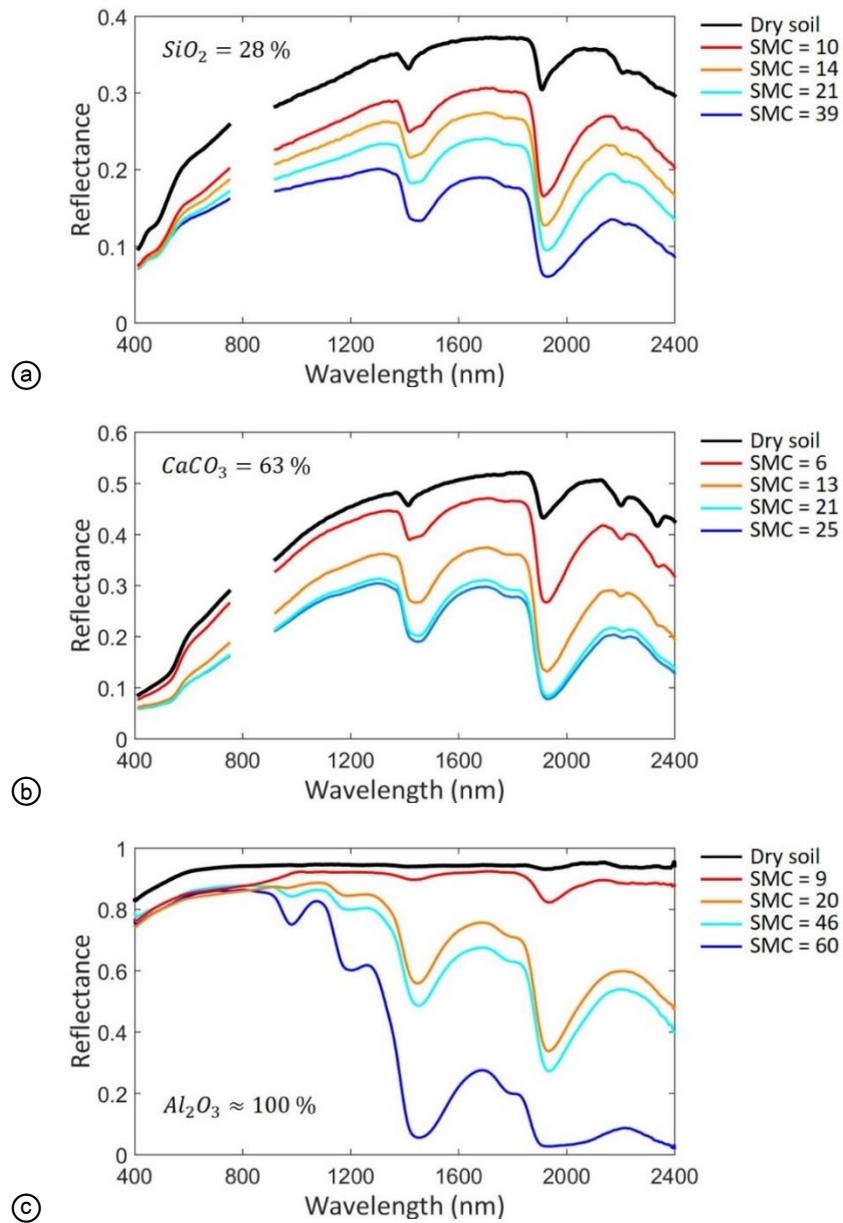


Fig. 6.9. Évolution de la réflectance spectrale de trois sols en fonction de SMC : (a) s51B2 (Whit04), (b) t33028 (Whit04) et (c) Alumine G-E5 (Bab16).

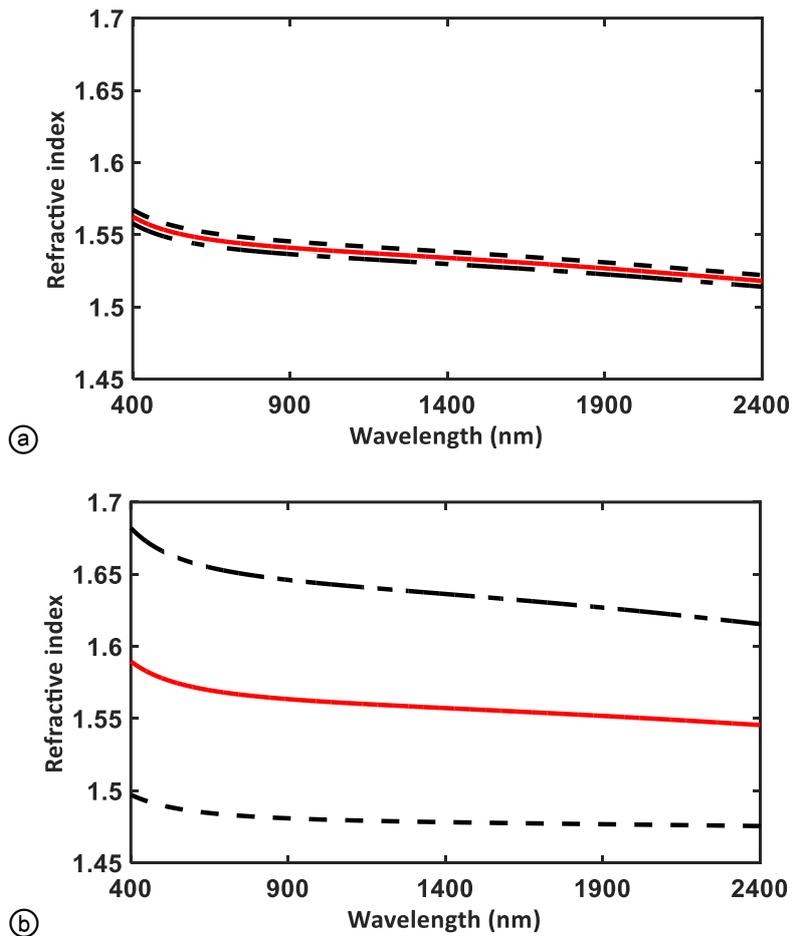


Fig. 6.10. Indices de réfraction (a) du SiO_2 et (b) du $CaCO_3$ avec en tirets l'indice de réfraction ordinaire et en tirets-traits l'indice de réfraction extraordinaire. En rouge l'indice de réfraction moyen.

Nous avons testé la théorie de Maxwell Garnett en mélangeant de l'eau pure avec du $CaCO_3$ pour différents volumes d'inclusions compris entre 5 et 25 % (Fig. 6.11). L'indice de réfraction effectif n'est pas très éloigné de la moyenne des deux indices de réfraction. Ceci n'est vrai que quand les indices de réfraction sont proches. Dans ce cas, prendre la moyenne des deux indices peut être une bonne approximation.

En comparant l'ajustement de MARMIT 2.2 à MARMIT sur les spectres des sols présentés Fig. 6.9, on constate une nette amélioration visuelle pour les fortes teneurs en eau, surtout pour les deux sols du jeu de données Whit04 (Fig. 6.12). Pour le sol Alumine G-E5 c'est surtout l'ajustement avant 1200 nm qui est amélioré. On peut aussi observer que les inclusions sphériques ne sont présentes que pour les fortes teneurs en eau. On pourrait expliquer ce phénomène par le versement de l'eau sur l'échantillon. En effet, avant les premières mesures de réflectance, l'échantillon est saturé en eau et celle-ci est versée rapidement à la surface du sol ce qui a pour effet de soulever des particules à sa surface. Plus nous nous éloignons de cet état et plus les particules de sol ont eu le temps de se déposer à la surface du sol. Donc il n'y a pratiquement plus de particules de sol dans la lame d'eau pour les faibles teneurs en eau.

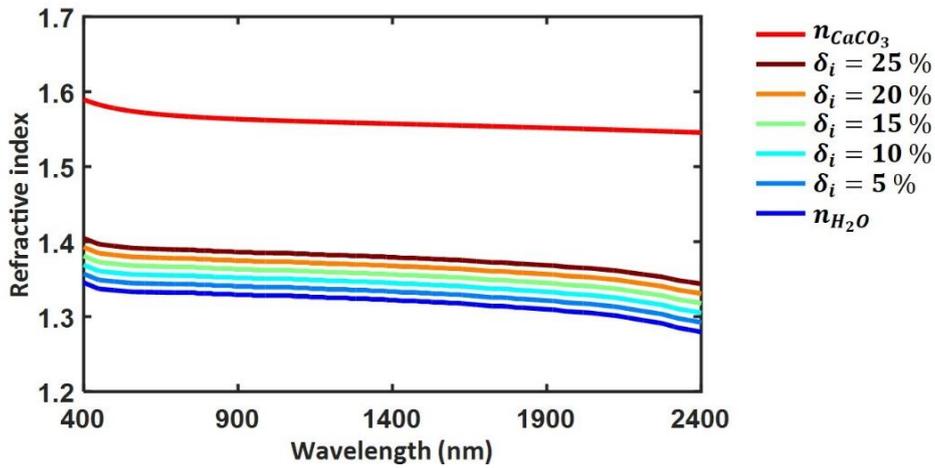


Fig. 6.11. Indices de réfraction de l'eau pure et du $CaCO_3$ et des mélanges avec des inclusions de $CaCO_3$ de 20, 40, 60 et 80 % dans la lame d'eau.

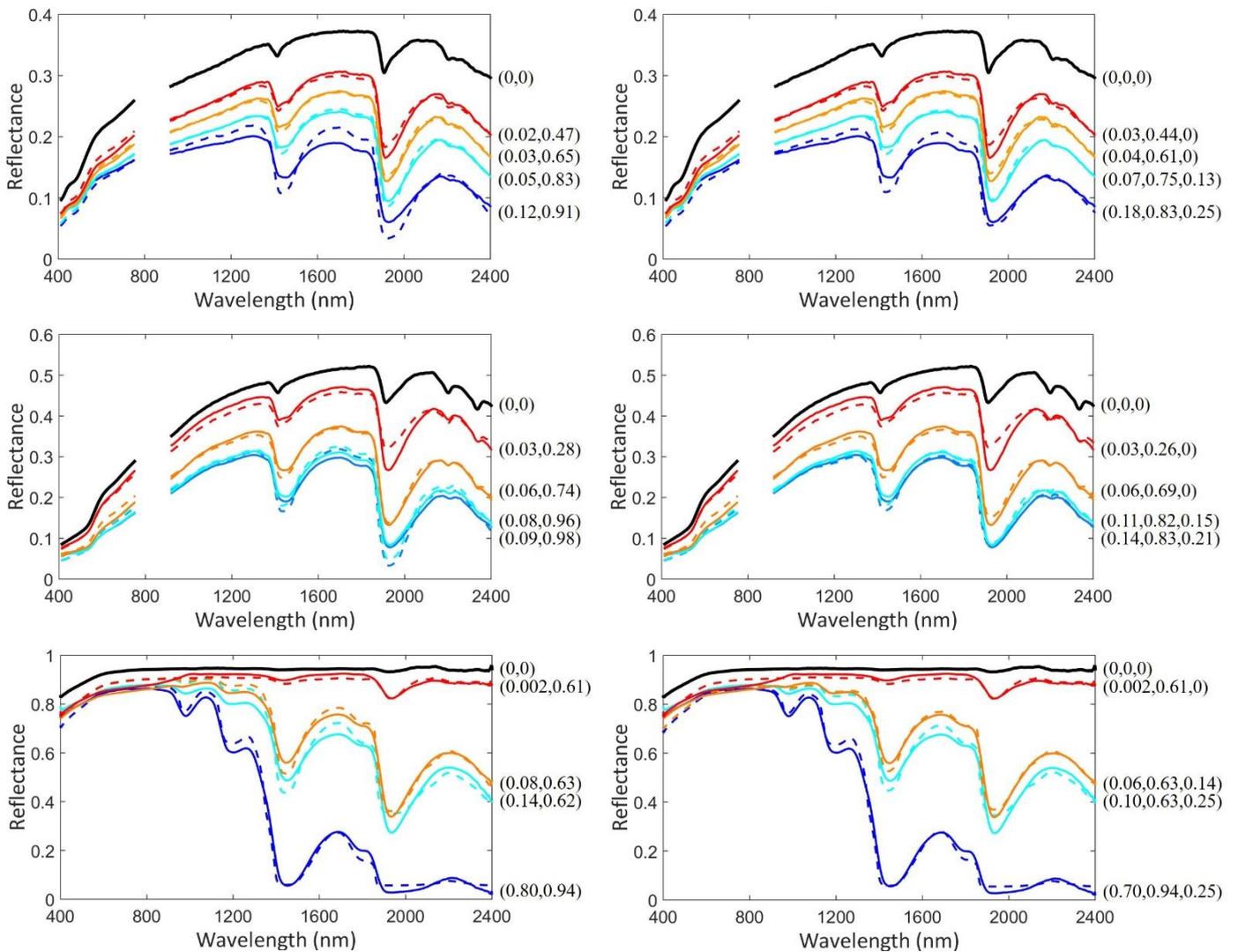


Fig. 6.12. À gauche, ajustement entre spectres mesurés et MARMIT avec entre parenthèses (L, ε) et à droite entre spectres mesurés et MARMIT 2.2 avec des inclusions de sols dans la lame d'eau avec entre parenthèses $(L, \varepsilon, \delta_i)$. De haut en bas, les sols : s51B2, t33028 et Alumine G-E5.

Nous avons inversé MARMIT 2.2 sur d'autres sols pour lesquels la teneur en minéraux était connue :

- neuf sols du jeu de données Whit04 dont quatre de Tomelloso essentiellement constitués de $CaCO_3$ et cinq de Lemoore essentiellement constitués de SiO_2 . On rappelle que chaque sol a donné lieu à deux échantillons dans le jeu de données Whit04.
- Deux sols du jeu de données Bab16 : le sol Alumine G-E5 constitué essentiellement d'alumine et le sable POC1 constitué à 99,8 % de SiO_2 .

Nous avons donc vingt échantillons sur lesquels nous allons inverser MARMIT 2.2. On peut alors tracer le RMSE spectral entre le modèle et les mesures pour ces 20 sols (Fig. 6.13). L'ajustement est bien meilleur, surtout en dehors des pics d'absorption de l'eau (RMSE diminué de 1,5 %) et dans le deuxième pic d'absorption de l'eau. La non prise en compte d'un changement d'indice de réfraction explique donc très bien les erreurs d'ajustement enregistrées avec MARMIT. Le modèle MARMIT 2.2 ajuste même mieux les spectres de réflectance des sols que le modèle de Bach à toutes les longueurs d'onde, alors que nous n'avons utilisé aucune valeur empirique du coefficient d'absorption et que la valeur de l'efficacité est bornée entre 0 et 1.

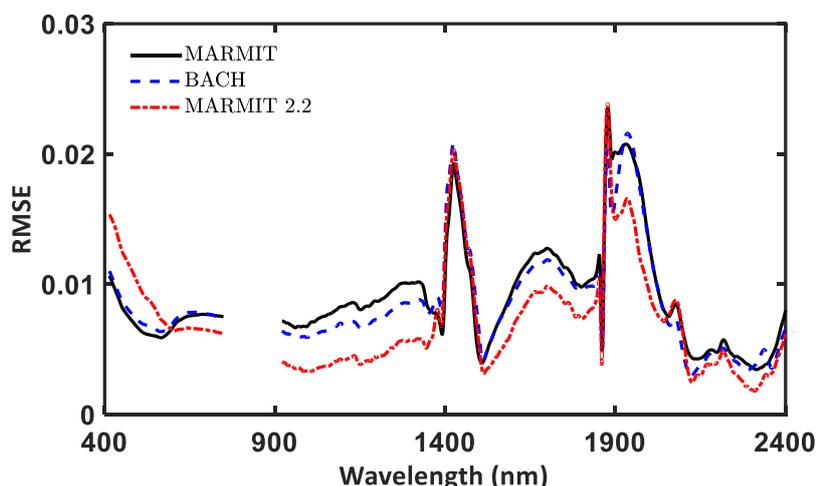


Fig. 6.13. RMSE spectraux entre les données et les modèles MARMIT, MARMIT 2.2 et Bach pour les 20 échantillons des jeux de données Whit04 et Bab16 pour lesquels nous avons une analyse minéralogique.

Qu'en est-il maintenant de la relation entre φ et SMC ? Nous avons les résultats obtenus avec MARMIT et MARMIT 2.2 pour les sols de Tomelloso (Fig. 6.14). Le lien entre les variables SMC et φ présente un meilleur coefficient de détermination puisqu'il passe de 0.93 (MARMIT) à 0.96 (MARMIT 2.2). C'est surtout pour les fortes teneurs en eau que l'amélioration est nette, ce qui est normal puisqu'on observe des inclusions uniquement pour des teneurs en eau élevées, comme observé précédemment. On observe le même phénomène pour l'efficacité. Les points pour les fortes teneurs en eau sont bien moins dispersés pour MARMIT 2.2 que pour MARMIT (Fig. 6.15). Cela corrobore l'amélioration de l'ajustement hors des pics d'absorption de l'eau.

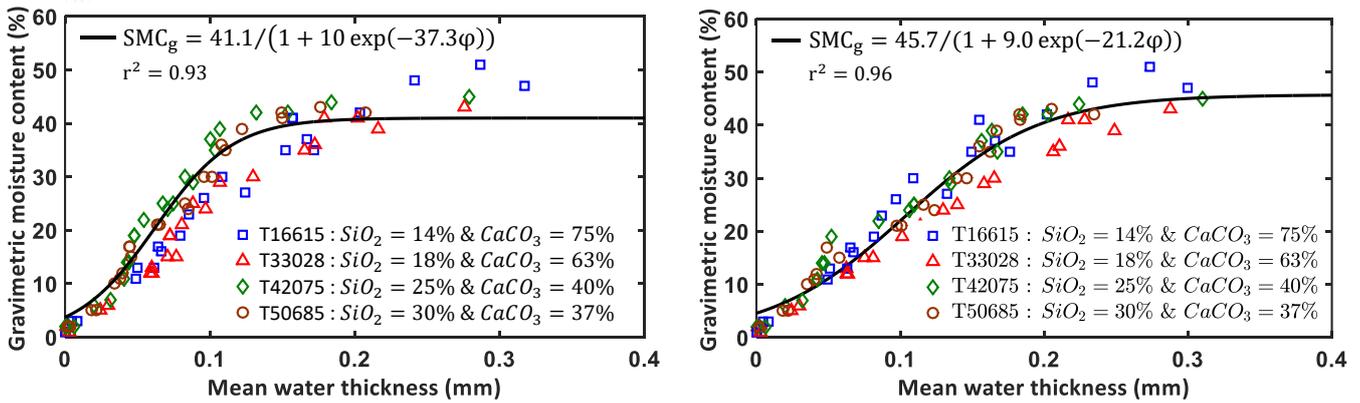


Fig. 6.14. Lien entre la hauteur d'eau moyenne et la teneur en eau pour les sols de Tomelloso dont on a des analyses minéralogiques. À gauche MARMIT et à droite MARMIT 2.2 avec des inclusions de $CaCO_3$.

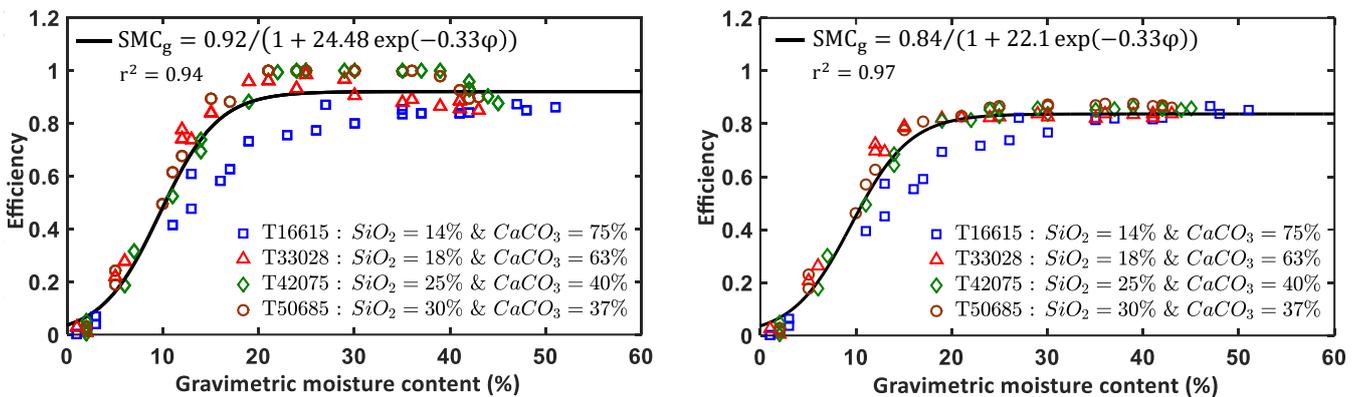


Fig. 6.15. Lien entre l'efficacité et la teneur en eau pour les sols de la zone de Tomelloso obtenu avec MARMIT (gauche) et MARMIT 2.2 (droite).

Synthèse du chapitre VI

En intégrant la théorie de Maxwell Garnett au modèle MARMIT, nous diminuons les erreurs d'ajustement observées et nous validons de fait que ces erreurs étaient liées aux propriétés optiques de l'eau au-dessus du sol. La différence entre les spectres de réflectance mesurés et modélisés peut être réduite de 1 % à certaines longueurs d'onde. Toute la puissance d'un modèle physique par rapport à un modèle empirique apparaît clairement ici : alors qu'il est possible d'adapter un modèle physique à la réalité, c'est quasiment impossible avec un modèle empirique. Cependant il est indispensable de connaître les principaux constituants du sol pour pouvoir utiliser MARMIT 2.2 et il faut connaître leur indice de réfraction. En plus de cette limitation, le domaine de validité de la théorie de Maxwell Garnett est assez restreint : les particules en suspension doivent être petites devant la longueur d'onde et elles doivent être espacées d'une distance équivalente à plusieurs fois la longueur d'onde. Or, dans la réalité, l'eau au-dessus d'un sol peut parfois paraître assombrie, ce qui implique que la théorie de Maxwell Garnett n'est plus utilisable. Dans un tel cas de figure c'est la théorie de Mie qui devrait être employée et une recherche en ce sens reste à effectuer.

Conclusion générale

L'objectif de cette thèse était de développer un modèle physique permettant de modéliser la réflectance spectrale d'un sol nu en fonction de sa teneur en eau (SMC, *Soil Moisture Content*) et d'estimer cette teneur en eau. Dans le [chapitre I](#), nous avons vu qu'il s'agissait d'une variable clé dans les domaines environnementaux et sociétaux et que divers instruments permettaient de la déterminer précisément sur le terrain. Mais pour une caractérisation à l'échelle globale, la télédétection est un outil indispensable. Jusqu'à présent, les recherches se sont plutôt focalisées sur le domaine micro-ondes, mais le développement de la télédétection hyperspectrale a initié de nombreux travaux dans le domaine réflectif solaire (400-2500 nm). De nombreuses missions spatiales sont à l'étude pour mettre en orbite un satellite hyperspectral : HYPXIM (CNES), HYPEX-2 (ESA), PRISMA (ASI), EnMap (DLR), Shalom (ISA et ASI), Hypsiri (NASA) et Hisui (METI).

Dans le [chapitre II](#), nous avons montré que les méthodes et les modèles existants, développés pour estimer le SMC dans le domaine réflectif solaire, ne permettaient pas une modélisation complète du spectre. De plus, ces méthodes sont pour la plupart empiriques et ne permettent donc pas une compréhension réelle des phénomènes mis en jeu. Le modèle de [Bach \(1995\)](#), qui repose sur des bases physiques permet un ajustement complet du spectre de réflectance d'un sol en fonction de son humidité, mais il comporte des incohérences. C'est pourquoi nous avons développé le modèle MARMIT, qui s'en inspire et qui permet de modéliser un spectre de réflectance de sol entre 400 nm et 2500 nm en fonction de son humidité de surface. Il permet aussi d'estimer cette humidité grâce à MARMITforSMC. Dans le [chapitre III](#), nous avons testé MARMIT et MARMITforSMC sur une base de données regroupant 217 sols issus de différents jeux de données de la littérature et d'un jeu de données développé dans le cadre de cette thèse. Cette grande diversité d'échantillons montre la robustesse du modèle. Nous avons également montré que MARMIT fonctionnait si l'on supprimait les longueurs d'onde correspondant à l'absorption de la lumière solaire par la vapeur d'eau atmosphérique et qu'il peut être utilisé sur des mesures acquises en extérieur. Sa principale limite est que la réflectance du sol sec est requise, mais nous avons montré qu'il était possible de la retrouver par inversion dans certains cas. Dans le même chapitre il a été démontré que, calibré sol par sol à l'aide d'une fonction sigmoïde, MARMITforSMC permettait de restituer avec précision les teneurs en eau mesurées par pesée (RMSE = 3%). De plus le paramètre K (capacité d'accueil) de la sigmoïde semble être relié à la porosité des sols. De manière moins évidente, les paramètres a et ψ semblent être reliés à la minéralogie des sols et au protocole d'humidification. Mais une approche sol par sol n'est pas réaliste car elle nécessite un trop grand nombre de calibrations. Les sols ont alors été regroupés en classes, d'abord sur des critères texturaux et minéralogiques puis sur des critères spectraux. La première classification n'est possible que si ces données sur les sols sont disponibles, ce qui est rarement le cas, alors que la deuxième fonctionne pour tous les sols et est simple d'utilisation. La classification de Lacerda permet d'obtenir des relations entre le SMC et la hauteur d'eau moyenne φ avec un coefficient de détermination élevé ($0,75 \leq r^2 \leq 0,90$) pour un nombre de classes limité (3 classes). Dans le [chapitre IV](#),

nous avons décrit l'expérience de l'aquarium qui nous a permis de déterminer des profils d'humidité très bien résolus spatialement (teneur en eau déterminée tous les 0,28 mm) alors que les sondes permettent d'établir des profils avec une mesure au mieux tous les 1 cm (Sheng et al., 2017). Nous avons constaté grâce à MARMITforSMC que l'humidité de surface d'un sable était très inférieure à l'humidité en profondeur après une forte pluie (30 mm). En revanche, l'eau se répartit uniformément dans l'argile si bien que l'humidité estimée à 8 cm de profondeur est égale à celle estimée à 1 cm de profondeur. Dans le chapitre V, nous avons testé MARMITforSMC dans deux configurations que nous pourrions retrouver pour des mesures acquises en extérieur. D'abord sur une seule image hyperspectrale partiellement sèche et partiellement humide collectée lors de l'expérience de l'aquarium : la partie sèche fournit la réflectance du sol sec de référence et la partie humide celle dont on souhaite estimer l'humidité. C'est ce que nous avons appelé la configuration « zones différentes ». Nous l'avons comparée à la configuration dite « normale » pour laquelle la réflectance de sol sec de référence est mesurée exactement au même endroit que la réflectance de sol humide dont on veut estimer l'humidité. Nous avons alors vu que pour un sol sableux (sable POC1, jeu de données Bab16), dont les grains ont une taille homogène, le choix de la zone de sol sec de référence n'a pas beaucoup d'impact sur l'estimation de SMC (variation d'au maximum 5,6 % selon la configuration). En revanche pour un sol argileux (81Lautrec du jeu de données Les08) l'estimation peut beaucoup varier selon la zone sélectionnée comme réflectance du sol sec de référence (jusqu'à 40,9 % de variation selon la configuration). Dans ce même chapitre, nous avons montré la dépendance de MARMITforSMC à l'angle de visée. Comme pour le test précédent, un changement d'angle de visée n'influe pas beaucoup sur l'estimation de SMC pour le sable contrairement au sol argileux. Nous avons calibré la relation entre le SMC et la hauteur d'eau moyenne φ avec un angle de visée au nadir (et angle d'éclairement zénithal de 22°) puis avons utilisé cette équation de calibration sur d'autres angles de visée (de -60° à +60° avec un pas de 15°). La différence de SMC estimé est minime pour le sable (5 %) alors qu'elle peut atteindre 20 % pour un angle de visée rasant (60°) pour le sol argileux. Il est donc très important de choisir avec attention les angles d'illumination et de visée pour calibrer les relations entre SMC et φ . Ayant constaté que MARMIT peinait à simuler la réflectance des sols dont la teneur en eau dépasse 20 %, nous avons développé MARMIT 2.2. Nous avons expliqué ce problème d'ajustement par la non prise en compte de petites particules de sols en suspension dans la lame d'eau. En effet, l'incorporation de la théorie de Maxwell Garnett dans MARMIT nous permet de changer l'indice de réfraction et d'absorption de la lame d'eau et d'améliorer l'ajustement des spectres de réflectance (RMSE spectral amélioré, pour 20 sols, de 0,2 % en moyenne), surtout entre les pics d'absorption de l'eau (entre 1400 et 1940 nm) et dans le deuxième pic d'absorption de l'eau (1940 nm) (baisse de 0,4 % du RMSE). Cependant cette théorie suggère que la taille des particules est très faible devant la longueur d'onde et qu'elles sont espacées de plusieurs fois leur taille.

Perspectives

Le modèle MARMIT a prouvé sa capacité à ajuster des spectres de sols humides sur des données acquises en laboratoire, sur des échantillons tamisés et pour un angle de visée unique, dans le domaine solaire réfléchissant. Jusqu'à maintenant c'est une technique d'inversion simple qui a été utilisée (moindres carrées) mais pour une analyse plus poussée des résultats une inversion bayésienne semble plus appropriée. Elle permettrait notamment de calculer les erreurs d'estimation des paramètres du modèle. Cela permettrait peut-être d'affiner la restitution de la réflectance du sol sec par inversion (section III.3.3). De plus l'inversion du sol sec a été testée sur trop peu d'échantillons, car elle demande une puissance de calcul importante, donc une généralisation de la méthode est encore à faire.

Jusqu'à maintenant, en utilisant les équations de calibration entre SMC et φ pour estimer l'humidité, nous faisons une hypothèse forte : la répartition de l'eau dans un échantillon, qu'il soit humidifié ou asséché, est toujours la même sur le premier centimètre. Nous avons vu dans la section III.4.1 que cette hypothèse était vraie pour les différentes méthodes d'assèchement mais qu'on s'en éloignait quand les échantillons étaient humidifiés (jeu de données Mar12). Il est donc nécessaire d'effectuer des expériences en laboratoire pour caractériser le lien entre humidité surfacique et volumique :

- en comparant, pour le plus possible d'échantillons, les courbes de calibration entre assèchement et humidification ;
- en développant une nouvelle expérience qui permettrait de retirer des petites couches de sols dans la boîte de Petri afin de mesurer comment l'eau se répartit à l'intérieur du sol sur le premier centimètre ;
- en recommençant l'expérience de l'aquarium mais pour un plus grand nombre de sols et en attendant que l'eau s'évapore entièrement. Cette expérience pourrait même être reproduite en introduisant les échantillons dans des contenants, carrés ou rectangulaires, plus petits que l'aquarium.

Cette caractérisation est notamment indispensable avant toute autre expérience en laboratoire. La méthode MARMITforSMC a montré ses limites quand elle a été utilisée à différents angles de visée. La prochaine étape est donc d'incorporer MARMIT à un modèle de réflectance bidirectionnelle afin de pouvoir simuler la BRDF d'un sol à différents niveaux d'humidité, qui fait aujourd'hui défaut, et de retrouver cette humidité associée. Ce nouveau modèle devra ensuite être validé sur des mesures de réflectance au champ. À ces fins, un projet nommé MOLIERE (*modeling soil reflectance as a function of water content*) a été déposé au comité TOSCA du CNES en avril 2018. Ce projet s'inscrit dans un contexte favorable à la télédétection hyperspectrale (synthèse du chapitre I). Il a pour but d'incorporer MARMIT dans un modèle de BRDF, comme le modèle de Hapke ou une version simplifiée (Labarre et al., 2017), et de valider ce modèle sur des données de laboratoire ainsi que sur des données aéroportées ou satellitaires.

Pour la validation du modèle sur des données de réflectance bidirectionnelles de laboratoire, une collaboration avec l'IPAG de Grenoble est envisagée. En effet, un goniomètre pour petits échantillons y a été développé qui permet une mesure précise de la BRDF de sols tamisés et humidifiés dans des boîtes de Petri.

Pour la validation au champ, le modèle pourrait être testé dans un premier temps avec le dispositif expérimental *TERRA-REF field scanner* (<http://terraref.org/>) mis en place par l'université d'Arizona et destiné à des recherches sur le phénotypage. Un pont roulant installé en plein champ et portant de nombreux capteurs dont des caméras hyperspectrales et thermiques ainsi qu'un LiDAR sera utilisé pour étudier la réponse spectrale de sols humides et rugueux (Sadeghi et al., 2017). Dans un deuxième temps, une validation du modèle sur des données aéroportées ou satellitaires est envisagée. Par exemple des images hyperspectrales acquises par le capteur Hypspec sur le site d'Auradé dans la région de Toulouse dans le cadre du projet HYPEX (DGA), ou par le capteur Hymap sur des terrains agricoles de la région de Garons (Gard) dans le cadre du projet Enviro, pourront être exploitées. Les humidités estimées pourront être comparées à des mesures de sonde *in situ* ou encore à des mesures de BRDF acquises avec le Chamelon, goniomètre automatisé développé par l'ONERA et entièrement démontable qui permet à l'aide d'un bras articulé de mesurer la luminance d'un pixel sous différents angles ou à des mesures acquises par drone.

Bibliographie

A

- Ahmad, A., Zhang, Y., & Nichols, S. (2010). Review and evaluation of remote sensing methods for soil-moisture estimation. *SPIE Reviews*, 2:028001-1-028001-17.
- Al-Hamdan, O. Z., & Cruise, J. F. (2010). Soil moisture profile development from surface observations by principle of maximum entropy. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(5):327-337.
- Allen, W. A., Gausman, H. W., Richardson, A. J., & Thomas, J. R. (1969). Interaction of isotropic light with a compact plant leaf. *Journal of the Optical Society of America*, 59(10):1376-1379.
- Amani, M., & Mobasheri, M. R. (2015). A parametric method for estimation of leaf area index using landsat ETM+ data. *GIScience & Remote Sensing*, 52(4):478-497.
- Amani, M., Parsian, S., MirMazloumi, S. M., & Aieneh O. (2016). Two new soil moisture indices based on the NIR-red triangle space of Landsat-8 data. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 50:176-186.
- Ångström, A. (1925). The albedo of various surfaces of ground. *Geografiska Annaler*, 7:323-342.
- Assouline, S., Tessier, D., & Bruand, A. (1998). A conceptual model of the soil water retention curve. *Water Resources Research*, 34(2):223-231.

B

- Bach, H., & Mauser, W. (1994). Modeling and model verification of the spectral reflectance of soils under varying moisture conditions. *14th International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'94)*, Pasadena (CA), 8-12 August 1994, 4:2354-2356.
- Bach, H. (1995). *Die Bestimmung hydrologischer und landwirtschaftlicher Oberflächenparameter aus hyperspektralen Fernerkundungsdaten*. Münchener Geographische Abhandlungen, München (Germany), pp 90-103.
- Bachmann, C. M., Abelev, A., Philpot, W., Doctor, K. Z., Montes, M. J., Fusina, R., Li, R.R., & van Roggen, E. (2014). Retrieval of sand density from hyperspectral BRDF. In Proc. *Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XX* (Velez-Reyes M. & F.A. Kruse, Eds), Baltimore (MD), 5 May 2014, SPIE, 9088:908807.
- Bachmann, C. M., Peck, D. S., Ambeau, B., Harms, J., & Schultz, M. (2015). Improved modeling of multiple scattering in hyperspectral BRDF of coastal sediments observed using the goniometer of the Rochester Institute of Technology (GRIT). In *Imaging Spectrometry XX* (Pagano, T. S., & Silny, J. F., Eds), San Diego (CA), 9 August 2015, SPIE, 9611:96110J1-96110J17.
- Baghdadi, N., Aubert, M., Cerdan, O., Franchistéguy, L., Viel, C., Eric, M., Zribi, M. & Desprats, J. F. (2007). Operational mapping of soil moisture using synthetic aperture radar data: application to the Touch basin (France). *Sensors*, 7(10):2458-2483.
- Balsam, W. L., Deaton, B. C., & Damuth, J.E. (1998). The effects of water content on diffuse reflectance spectrophotometry studies of deep-sea sediment cores. *Marine Geology*, 149(1-4):177-189.
- Baranoski, G. V., Kimmel, B. W., Chen, T. F., & Miranda, E. (2015). Assessing the spectral sensitivity of Martian terrains to iron oxide variations using the splits model. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 8(7):3404-3413.
- Baret, F., Guyot, G., & Major, D. J. (1989). TSAVI: a vegetation index which minimizes soil brightness effects on LAI and APAR estimation. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'89)*, 3:1355-1358.
- Baret, F., Jacquemoud, S., & Hanocq, J. F. (1993a). The soil line concept in remote sensing. *Remote Sensing Reviews*, 7(1):65-82.

- Baret, F., Jacquemoud S., & Hanocq, J. F. (1993b). About the soil line concept in remote sensing. *Advances in Space Research*, 13(5):281-284.
- Barrón, V., & Torrent, J. (1986). Use of the Kubelka-Munk theory to study the influence of iron oxides on soil colour. *Journal of Soil Science*, 37(4):499-510.
- Batsanov, S. S., Ruchkin, E. D., & Poroshina, I. A. (2016). *Refractive Indices of Solids* (pp. 1-108). Singapore: Springer.
- Baumgardner, M. F., Silva, L. F., Biehl, L. L., & Stoner, E. R. (1985). Reflectance properties of soils. *Advances in Agronomy*, 38:1-44.
- Bedidi, A., Cervelle, B., Madeira, J., & Pouget, M. (1992). Moisture effects on visible spectral characteristics of lateritic soils. *Soil Science*, 153(2):129-141.
- Belcher, D. J., Cuykendall, T. R., & Sack, H. S. (1950). The measurements of soil moisture and density by neutron and gamma-ray scattering. *US Civil Aeronautics Admin. Tech. Devel. Rept.*, 127.
- Ben-Dor, E., Patkin, K., Banin, A., & Karnieli, A. (2002). Mapping of several soil properties using DAIS-7915 hyperspectral scanner data-a case study over clayey soils in Israel. *International Journal of Remote Sensing*, 23(6):1043-1062.
- Ben-Dor, E. (2011). Characterization of soil properties using reflectance spectroscopy. In *Hyperspectral Remote Sensing of Vegetation* (Thenkabail, A., Lyon, P. S., & Huete, J. G., Eds), CRC Press, pp. 513-558.
- Berthier, S. (1993). *Optique des milieux composites*. Polytechnica.
- Bishop J. L., Pieters, C. M., & Edwards, J. O. (1994). Infrared spectroscopic analyses on the nature of water in montmorillonite. *Clays and Clay Minerals*, 42(6):702-716.
- Black, C. A., Evans, D. D., & Dinauer, R. C. (1965). *Methods of soil analysis*. American Society of Agronomy. 9:653-708
- Bogrekcı, I., & Lee, W. S. (2006). Effects of soil moisture content on absorbance spectra of sandy soils in sensing phosphorus concentrations using UV-VIS-NIR spectroscopy. *Transactions of the ASABE*, 49(4):1175-1180.
- Born, M., & Wolf, E. (1975). Principles of Optics. *Cambridge University Press*.
- Borgogno, J. P., & Pelletier, E. (1989). Determination of the extinction coefficient of dielectric thin films from spectrophotometric measurements. *Applied optics*, 28(14):2895-2901.
- Bowers, S. A., & Hanks, J. (1965). Reflection of radiant energy from soils. *Soil Science*, 100(2):130-138.
- Bowers, S. A., & Smith, S. J. (1972). Spectrophotometric determination of soil water content. *Soil Science Society of America Journal*, 36(6):978-980.
- Brakensiek, D. L., Osborn, H. B., & Rawls, W. J. (1979). Field manual for research in agricultural hydrology. *Field manual for research in agricultural hydrology*.
- Brigot, G., Colin-Koeniguer, E., Plyer, A., & Janez, F. (2016). Adaptation and evaluation of an optical flow method applied to coregistration of forest remote sensing images. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 9(7):2923-2939.
- Bruggeman, D. A. G. (1935). Dielectric constant and conductivity of mixtures of isotropic materials. *Ann. Phys.*, 24:636-679.
- Bryant, R., Thomas, D., Moran, S., Holifield, C., Goodrich, D., Keefer, T., Paige, G., Williams, D., & Skirvin, S. (2003). Evaluation of hyperspectral, infrared temperature and radar measurements for monitoring surface soil moisture. In Proc. *First Interagency Conference on Research in the Watersheds*, 27-30 October 2003, Benson (AZ), pp. 528-533.

C

- Carlson, T. N., Gillies, R. R., & Perry, E. M. (1994). A method to make use of thermal infrared temperature and NDVI measurements to infer surface soil water content and fractional vegetation cover. *Remote sensing reviews*, 9(1-2):161-173.
- Carlson, T. (2007). An overview of the "triangle method" for estimating surface evapotranspiration and soil moisture from satellite imagery. *Sensors*, 7(8):1612-1629.
- Chartier, G. (1997). *Manuel d'optique*. Hermes.
- Chen, J. M., Yang, B. J., & Zhang, R. H. (1989). Soil thermal emissivity as affected by its water content and surface treatment. *Soil Science*, 148(6):433-435.
- Ciani, A., Goss, K. U., & Schwarzenbach, R. P. (2005). Light penetration in soil and particulate minerals. *European Journal of Soil Science*, 56:561-574.
- Clark, R., & Roush, T. (1984). Reflectance spectroscopy: quantitative analysis techniques for remote sensing applications. *Journal of Geophysical Research*, 89:6329-6340.
- Cohen, R. W., Cody, G. D., Coutts, M. D., & Abeles, B. (1973). Optical properties of granular silver and gold films. *Physical Review B*, 8(8):3689.

D

- Demattê, J. A. M. (2002). Characterization and discrimination of soils by their reflected electromagnetic energy. *Brazilian Journal of Agriculture Research*, 37:1445-1458.
- Deschamps, A. (2009). *Étude de sites miniers par imagerie hyperspectrale – apport de l'analyse des effluents liquides*. Rapport de stage, Grenoble INP.
- Di Girolamo, L., Várnai, T., & Davies, R. (1998). Apparent breakdown of reciprocity in reflected solar radiances. *Journal of Geophysical Research-Atmospheres*, 103(D8):8795-8803.
- Dingman, S. L. (1994). *Physical hydrology*. Prentice Hall.
- Dobson, M. C., & Ulaby, F. T. (1986). Active microwave soil moisture research. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, GE-24(1):23-36.
- Duchaufour, P. (2001). *Introduction à la science du sol*. Dunod.
- Duke, C., & Guérif, M. (1998). Crop reflectance estimate errors from the SAIL model due to spatial and temporal variability of canopy and soil characteristics. *Remote Sensing of Environment*, 66(3):286-297.

E

- Edwards, B. L., Namikas, S. L., & D'Sa E. J. (2013a). Simple infrared techniques for measuring beach surface moisture. *Earth Surface Processes and Landforms*, 38(2):192-197.
- Edwards, B. L., Schmutz, P. P., & Namikas, S. L. (2013b). Comparison of surface moisture measurements with depth-integrated moisture measurements on a fine-grained beach. *Journal of Coastal Research*, 29(6):1284-1291.
- Entekhabi, D. (1995). Recent advances in land-atmosphere interaction research. *Reviews of Geophysics*, 33(S2):995-1003.
- Entin, J. K., Robock, A., Vinnikov, K. Y., Hollinger, S. E., Liu, S., & Namkhai, A. (2000). Temporal and spatial scales of observed soil moisture variations in the extratropics. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 105(D9):11865-11877.

F

- Fabre, S., Briottet, X., & Lesaignoux, A. (2015). Estimation of soil moisture content from the spectral reflectance of bare soils in the 0.4–2.5 μm domain, *Sensors*, 15(2):3262-3281.
- Fall, A., Weber, B., Pakpour, M., Lenoir, N., Shahidzadeh, N., Fiscina J., Wagner C., & Bonn, D. (2014). Sliding friction on wet and dry sand. *Physical review letters*, 112(17):175502.

Fisher, E. A. (1923). Some factors affecting the evaporation of water from soil. *The Journal of Agricultural Science*, 13(2):121-143.

G

Galvão, L. S., & Vitorello, I. (1998). Role of organic matter in obliterating the effects of iron on spectral reflectance and colour of Brazilian tropical soils. *International Journal of Remote Sensing*, 19(10):1969-1979.

Gao, B. (1996). NDWI-A normalized difference water index for remote sensing of vegetation liquid water from space. *Remote Sensing of Environment*, 58(3):257-266.

Gardner, W., & Kirkham, D. (1952). Determination of soil moisture by neutron scattering. *Soil Science*, 73(5):391-402.

Gardner, C. M. K., Robinson, D., Blyth, K., & Cooper, D. (2000). Soil water content. In *Soil and Environmental Analysis: Physical Methods, Revised, and Expanded*, CRC Press, pp. 1-64.

Gillies, R. R., Kustas, W. P., & Humes, K. S. (1997). A verification of the “triangle” method for obtaining surface soil water content and energy fluxes from remote measurements of the Normalized Difference Vegetation Index (NDVI) and surface ϵ . *International Journal of Remote Sensing*, 18(15):3145-3166.

Glenn, E., Mckee, C., Gerhart, V., Nagler, P., Jordan, F., & Artiola, J. (2009). Deficit irrigation of a landscape halophyte for reuse saline waste water in a desert city. *Landscape and Urban Planning*, 89:57-64.

H

Han, J., & Zhou, Z. (2013). Dynamics of soil water evaporation during soil drying: laboratory experiment and numerical analysis. *The Scientific World Journal*, 2013.

Hapke, B. (1981). Bidirectional reflectance spectroscopy: 1. Theory. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, 86(B4):3039-3054.

Hapke, B., & Wells, E. (1981). Bidirectional reflectance spectroscopy: 2. Experiments and observations. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, 86(B4):3055-3060.

Hapke, B. (2012). *Theory of reflectance and emittance spectroscopy*. Cambridge University Press.

Hasan, S., Montzka, C., Rüdiger, C., Ali, M., Bogena, H. R., & Vereecken, H. (2014). Soil moisture retrieval from airborne L-band passive microwave using high resolution multispectral data. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 91:59-71.

Haubrock, S. N., Chabrillat, S., Lemmitz, C., & Kaufmann, H. (2008a). Surface soil moisture quantification models from reflectance data under field conditions. *International Journal of Remote Sensing*, 29(1):3-29.

Haubrock, S. N., Chabrillat, S., Kuhnert, M., Hostert, P., & Kaufmann, H. (2008b). Surface soil moisture quantification and validation based on hyperspectral data and field measurements. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2:023552.

Hu, X., & Johnston, W. M. (2009). Concentration additivity of coefficients for maxillofacial elastomer pigmented to skin colors. *Dental Materials*, 25(11):1468-1473.

Huete, A. R., Post, D. F., & Jackson, R. D. (1984). Soil spectral effects on 4-space vegetation discrimination. *Remote Sensing of Environment*, 15(2):155-165.

Huisman, J. A., Sperl, C., Bouten, W., & Verstraten, J. M. (2001). Soil water content measurements at different scales: accuracy of time domain reflectometry and ground-penetrating radar. *Journal of Hydrology*, 245(1-4):48-58.

Hunt Jr, E. R., & Rock, B. N. (1989). Detection of changes in leaf water content using near-and middle-infrared reflectances. *Remote Sensing of Environment*, 30(1):43-54.

I

- Idso, S. B., Jackson, R. D., Reginato, R. J., Kimball, B. A., & Nakayama, F. S. (1975). The dependence of bare soil albedo on soil water content. *Journal of Applied Meteorology*, 14(1):109-113.
- Ishida, T., Ando, H., & Fukuhara, M. (1991). Estimation of complex refractive index of soil particles and its dependence on soil chemical properties. *Remote Sensing of Environment*, 38(2):173-182.

J

- Jacquemoud, S., & Baret, F. (1990). PROSPECT: A model of leaf optical properties spectra. *Remote Sensing of Environment*, 34(2):75-91.
- Jacquemoud, S., Baret, F., & Hanocq, J. F. (1992). Modeling spectral and bidirectional soil reflectance. *Remote Sensing of Environment*, 41(2-3):123-132.
- Jacquemoud S. (1992). *Utilisation de la haute résolution spectrale pour l'étude des couverts végétaux : développement d'un modèle de réflectance spectrale*. Thèse de Doctorat en Physique, Université Paris 7.
- Jellison, G. E., & Modine, F. A. (1997). Two-modulator generalized ellipsometry: theory. *Applied Optics*, 36(31):8190-8198.

K

- Kaleita, A. L., Tian, L. F., & Hirschi, M. C. (2005). Relationship between soil moisture content and soil surface reflectance. *Transactions of the ASAE*, 48(5):1979-1986.
- Kauth, R. J., & Thomas, G. S. (1976). The tasseled cap--a graphic description of the spectral-temporal development of agricultural crops as seen by Landsat. *LARS Symposia* (p. 159).
- Khanna, S., Palacios-Orueta, A., Whiting, M. L., Ustin, S. L., Riaño, D., & Litago, J. (2007). Development of angle indexes for soil moisture estimation, dry matter detection and land-cover discrimination. *Remote Sensing of Environment*, 109(2):154-165.
- Kimmel, B. W., & Baranoski, G. V. G. (2007). A novel approach for simulating light interaction with particulate materials: application to the modeling of sand spectral properties. *Optics Express*, 15(15):9755-9777.
- Knadel, M., Denga, F., Alinejadian, A., Wollesen de Jonge, L., Moldrup, P., & Humlekrog Greve, M. (2014). The effects of moisture conditions--From wet to hyper dry--on visible near-infrared spectra of Danish reference soils. *Soil Science Society of America Journal*, 78(2):422-433.
- Koledintseva, M. Y., DuBroff, R. E., & Schwartz, R. W. (2006). A Maxwell Garnett model for dielectric mixtures containing conducting particles at optical frequencies. *Progress in Electromagnetics Research*, 63:223-242.
- Kornelsen, K. C., & Coulibaly, P. (2014). Root-zone soil moisture estimation using data-driven methods. *Water Resources Research*, 50(4):2946-2962.
- Kostov, K. G., & Jackson, T. J. (1993). Estimating profile soil moisture from surface-layer measurements: A review. *Ground Sensing*, 1941:125-137.
- Kubelka, P., & Munk, F. (1931). An article on optics of paint layers. *Z. Tech. Phys*, 12:593-601.

L

- Labarre, S., Ferrari, C., & Jacquemoud, S. (2017). Surface roughness retrieval by inversion of the Hapke model: A multiscale approach. *Icarus*, 290:63-80.
- Lacerda, M. P. C., Demattê, J. A. M., Sato, M. V., Fongaro, C. T., Gallo, B. C., & Souza, A. B. (2016). Tropical texture determination by proximal sensing using a regional spectral library and its relationship with soil classification. *Remote Sensing*, 8(9):701.
- Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1969). *Électrodynamique des milieux continus*. Edition de Moscou.

- Lehmuskero, A., Kuittinen, M., & Vahimaa, P. (2007). Refractive index and extinction coefficient dependence of thin Al and Ir films on deposition technique and thickness. *Optics Express*, 15(17):10744-10752.
- Lekner, J., & Dorf, M. C. (1988). Why some things are darker when wet. *Applied Optics*, 27(7):1278-1280.
- Lesaignoux, A. (2010). *Estimation de l'humidité de surface des sols nus à partir de l'imagerie hyperspectrale à haute résolution spatiale sur le domaine optique 0,4-14 μm*. Thèse, Université de Toulouse, 203 pp.
- Lesaignoux, A., Fabre, S., & Briottet, X. (2013). Influence of soil moisture content on spectral reflectance of bare soils in the 0.4-14 μm domain. *International Journal of Remote Sensing*, 34(7):2268-2285.
- Levitt, D. G., Simpson, J. R., & Huete, A. R. (1990). Estimates of surface soil water content using linear combinations of spectral wavebands. *Theoretical and Applied Climatology*, 42(4):245-252.
- Levy, O., & Stroud, D. (1997). Maxwell Garnett theory for mixtures of anisotropic inclusions: Application to conducting polymers. *Physical Review B*, 56(13):8035.
- Liang, J., Williams, D. R., & Miller, D. T. (1997). Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 14(11):2884-2892.
- Little, D. J., & Kane, D. M. (2011). Image contrast immersion method for measuring refractive index applied to spider silks. *Optics Express*, 19(20):19182-19189.
- Liu, W., Baret, F., Gu, X. F., Tong, Q., Zheng, L., & Zhang, B. (2002). Relating soil moisture to reflectance. *Remote Sensing of Environment*, 81(2-3):238-246.
- Liu, W., Baret, F., Gu, X. F., Zhang, B., Tong, Q., & Zheng, L. (2003). Evaluation of methods for soil surface moisture estimation from reflectance data. *International Journal of Remote Sensing*, 24(10):2069-2083.
- Lobell, B. B., & Asner, G. P. (2002). Moisture effects on soil reflectance. *Soil Science Society of America Journal*, 66(3):722-727.
- Looyenga, H. (1965). Dielectric constants of heterogeneous mixtures. *Physica*, 31(3):401-406.
- Lucarini, V., Saarinen, J. J., Peiponen, K. E., & Vartiainen, E. M. (2005). *Kramers-Kronig relations in optical materials research*. Springer Science & Business Media.
- Lv, Y., & Sun, Z. (2016). Multi-angular spectral reflectance to characterize the particle size of surfaces of desert and cultivated soil. *European Journal of Soil Science*, 67(3):253-265.
- ## M
- Marcq, S. (2012). *Développement d'un outil end-to-end permettant de modéliser la signature spectrale de la végétation au sommet de l'atmosphère*. Rapport d'activité IPGP-CEA, 50 pp.
- Marion, R., & Carrère, V. (2018). Mineral Mapping Using the Automated Gaussian Model (AGM)—Application to Two Industrial French Sites at Gardanne and Thann. *Remote Sensing*, 10(1):146.
- Markel, V. A. (2016). Introduction to the Maxwell Garnett approximation: tutorial. *Journal of the Optical Society of America A*, 33(7):1244-1256.
- Maxwell, G. J. (1904). Colours in metal glasses and metal films. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, 3:385-420.
- Maxwell G. J. (1906). VII. Colours in metal glasses, in metallic films, and in metallic solutions. II. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, 205(387-401):237-288.
- Mays, D. C., Faybishenko, B. A., & Finsterle, S. (2002). Information entropy to measure temporal and spatial complexity of unsaturated flow in heterogeneous media. *Water Resources Research*, 38(12):49-1.
- Medenbach, O., Dettmar, D., Shannon, R. D., Fischer, R. X., & Yen, W. M. (2001). Refractive index and optical dispersion of rare earth oxides using a small-prism technique. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 3(3):174.
- Milliken, R. E., & Mustard, J. F. (2005). Quantifying absolute water content of minerals using near-infrared reflectance spectroscopy. *Journal of Geophysical Research-Planets*, 110(E12).

- Milliken, R. E., & Mustard, J. F. (2007a). Estimating the water content of hydrated minerals using reflectance spectroscopy. I. Effects of darkening agents and low-albedo materials. *Icarus*, 189:550-573.
- Milliken, R. E., & Mustard, J. F. (2007b). Estimating the water content of hydrated minerals using reflectance spectroscopy II. Effects of particle size. *Icarus*, 189:574-588.
- Minasny, B., McBratney, A. B., Bellon-Maurel, V., Roger, J. M., Gobrecht, A., Ferrand, L., & Joalland, S. (2011). Removing the effect of soil moisture from NIR diffuse reflectance spectra for the prediction of soil organic carbon. *Geoderma*, 167-168:118-124.
- Minnaert, M. (1941). The reciprocity principle in lunar photometry. *The Astrophysical Journal*, 93:403-410.
- Mira, M., Valor, E., Boluda, R., Caselles, V., & Coll, C. (2007). Influence of soil water content on the thermal infrared emissivity of bare soils: implication for land surface temperature determination. *Journal of Geophysical Research*, 112:F04003.
- Mishra, V., Ellenburg, W. L., Al-Hamdan, O. Z., Bruce, J., & Cruise, J. F. (2015). Modeling soil moisture profiles in irrigated fields by the principle of maximum entropy. *Entropy*, 17(6):4454-4484.
- Mobasher, M. R., & Bidkhan, N. G. (2013). Development of New Hyperspectral Angle Index for Estimation of Soil Moisture Using in Situ Spectral Measurements. *ISPRS-International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 40(3):481-486.
- Montzka, C., Moradkhani, H., Weihermüller, L., Franssen, H. J. H., Canty, M., & Vereecken, H. (2011). Hydraulic parameter estimation by remotely-sensed top soil moisture observations with the particle filter. *Journal of Hydrology*, 399(3-4):410-421.
- Moskalev, V. A., & Smirnova, L. A. (1987). Interference methods of measuring refractive-index. *Soviet Journal of Optical Technology*, 54(8):461-463.
- Muller, E., & Décamps, H. (2001). Modeling soil moisture-reflectance. *Remote Sensing of Environment*, 76(2):173-180.

N

- Narayanan, R., Green, S., & Alexander, D. (1993). Mid-infrared laser reflectance of moist soils. *Applied Optics*, 32(30):6043-6052.
- Neema, D. L., Shah, A., & Patel, A. N. (1987). A statistical optical model for light reflection and penetration through sand. *International Journal of Remote Sensing*, 8(8):1209-1217.
- Nelder, J., & Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7(4):308-313.
- Nelson, S. O. (2005). Density-permittivity relationships for powdered and granular materials. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 54(5):2033-2040.
- Niklasson, G. A., & Granqvist, C. G. (1984). Optical properties and solar selectivity of coevaporated Co-Al₂O₃ composite films. *Journal of Applied Physics*, 55(9):3382-3410.
- Nishimoto, M. (2008). Error analysis of soil roughness parameters estimated from measured surface profile data. In Proc. *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'08)*, 2:719.
- Njoku, E. G., & Rague, B. W. (1996). Spatial and temporal trends in land surface moisture and temperature observable using data from the Nimbus-7 microwave radiometer. In Proc. *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'96)*, 2:1054-1057.
- Nofziger, D. L. (1978). Errors in Gamma-ray Measurements of Water Content and Bulk Density in Nonuniform Soils 1. *Soil Science Society of America Journal*, 42(6):845-850.
- Nolet, C., Poortinga, A., Roosjen, P., Bartholomeus, H., & Ruessink, G. (2014). Measuring and modeling the effect of surface moisture on the spectral reflectance of coastal beach sand. *Plos One*, 9(11):e112151.

O

- Ochsner, T. E., Cosh, M. H., Cuenca, R. H., Dorigo, W. A., Draper, C. S., Hagimoto, Y., Kerr, Y. H., Njoku, E. G., Small, E. E., Zreda, M. & Larson, K. M. (2013). State of the art in large-scale soil moisture monitoring. *Soil Science Society of America Journal*, 77(6):1888-1919.
- Oh, Y., Sarabandi, K., & Ulaby, F. T. (1992). An empirical model and an inversion technique for radar scattering from bare soil surfaces. *IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 30(2):370-381.
- Okin, G., & Painter, T. (2004). Effect of grain size on remotely sensed spectral reflectance of sandy desert surfaces. *Remote Sensing of Environment*, 89:272-280.
- Oltra-Carrió, R., Baup, F., Fabre, S., Fieuzal, R., & Briottet, X. (2015). Improvement of soil moisture retrieval from hyperspectral VNIR-SWIR data using clay content information: from laboratory to field experiments. *Remote Sensing*, 7(3):3184-3205.
- O'Neill, P. E., Chauhan, N. S., & Jackson, T. J. (1996). Use of active and passive microwave remote sensing for soil moisture estimation through corn. *International Journal of Remote Sensing*, 17(10):1851-1865.
- ## P
- Pachepsky, Y. A., Rawls, W. J., & Lin, H. S. (2006). Hydropedology and pedotransfer functions. *Geoderma*, 131(3-4):308-316.
- Palik, E. D. (1985). Handbook of optical properties of solids. *Academic, Orlando*.
- Palmer, K., & Williams, D. (1973). Optical properties of water in the near infrared. *Journal of the Optical Society of America*, 64:1107-1110.
- Pan, X., Kornelsen, K. C., & Coulibaly, P. (2017). Estimating root zone soil moisture at continental scale using neural networks. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 53(1):220-237.
- Peñuelas, J., Pinol, J., Ogaya, R., & Filella, I. (1997). Estimation of plant water concentration by the reflectance water index WI (R900/R970). *International Journal of Remote Sensing*, 18(13):2869-2875.
- Patel, N. R., Anapashsha, R., Kumar, S., Saha, S., & Dadhwal, V. (2009). Assessing potential of MODIS derived temperature/vegetation condition index (TVDI) to infer soil moisture status. *International Journal of Remote Sensing*, 30(1):23-39.
- Peng, J., Shen, H., He, S. W., & Wu, J. S. (2013). Soil moisture retrieving using hyperspectral data with the application of wavelet analysis. *Environmental Earth Sciences*, 69(1):279-288.
- Petropoulos, G. P., Griffiths, H. M., Dorigo, W., Xaver, A., & Gruber, A. (2013). Surface soil moisture estimation: significance, controls, and conventional measurement techniques. *Remote Sensing of Energy Fluxes and Soil Moisture Content*, CRC Press, pp. 29-48.
- Philip, J. R., & De Vries, D. A. (1957). Moisture movement in porous materials under temperature gradients. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 38(2):222-232.
- Philpot, W. (2010). Spectral reflectance of wetted soils. *Proceedings of Art, Science and Applications of Reflectance Spectroscopy (ASARS) Symposium*, Boulder, CO, USA, 2:11.
- Planet, W. G. (1970). Some comments on reflectance measurements of wet soils. *Remote Sensing of Environment*, 1(2):127-129.
- Pommerol, A., Schmitt, B., Beck, P., & Brissaud, O. (2009). Water sorption on Martian regolith analogs: thermodynamics and near-infrared reflectance spectroscopy. *Icarus*, 204(1):114-136.
- Pommerol, A., Thomas, N., Jost, B., Beck, P., Okubo, C., & McEwen, A. S. (2013). Photometric properties of Mars soils analogs. *Journal of Geophysical Research-Planets*, 118(10):2045-2072.
- Pope, R. M., & Fry, E. S. (1997). Absorption spectrum (380–700 nm) of pure water, II, Integrating cavity measurements. *Applied Optics*, 36:8710-8723.
- Prost, R., King, C., & Lefebvre d'Hellencourt, T. (1983). Propriétés de réflexion diffuse de pâtes de kaolinite en fonction de leur teneur en eau. *Clay Minerals*, 18(2):193-204.

Q

Qiu, G. Y., & Ben-Asher, J. (2010). Experimental determination of soil evaporation stages with soil surface temperature. *Soil Science Society of America Journal*, 74(1):13-22.

R

Rienzi, E. A., Mijatovic, B., Mueller, T. G., Matocha, C. J., Sikora, F. J., & Castrignanò, A. M. (2014). Prediction of soil organic carbon under varying moisture levels using reflectance spectroscopy. *Soil Science Society of America Journal*, 78(3):958-967.

Robinson, D., Campbell, C., Hopmans, J., Hornbuckle, B., Jones, S., Knight, R., Ogden, F., Selker, J., & Wendroth, O. (2008). Soil Moisture Measurement for Ecological and Hydrological Watershed-Scale Observatories: A Review. *Vadose Zone Journal*, 7(1):358-389.

Rodionov, A., Pätzold, S., Welp, G., Cañada Pallares, R., Damerow, L., & Amelun, W. (2014). Sensing of soil organic carbon using visible and near-infrared spectroscopy at variable moisture and surface roughness. *Soil Science Society of America Journal*, 78(3):949-957.

Rodriguez-Iturbe, I. (2000). Ecohydrology: A hydrologic perspective of climate-soil-vegetation dynamics. *Water Resources Research*, 36(1):3-9.

Ruppin, R. (1978). Validity Range of the Maxwell-Garnett Theory. *Physica Status Solidi (b)*, 87(2):619-624.

S

Sadeghi, M., Jones, S. B., & Philpot, W. D. (2015). A linear physically-based model for remote sensing of soil moisture using short wave infrared bands. *Remote Sensing of Environment*, 164:66-76.

Sadeghi, M., Babaeian, E., Tuller, M., & Jones, S. B. (2017). The optical trapezoid model: a novel approach to remote sensing of soil moisture applied to Sentinel-2 and Landsat-8 observations. *Remote Sensing of Environment*, 198:52-68.

Sadeghi, M., Babaeian, E., Tuller, M., & Jones, S. B. (2018). Particle size effects on soil reflectance explained by an analytical radiative transfer model. *Remote Sensing of Environment*, 210:375-386.

Salvucci, G. D. (1997). Soil and moisture independent estimation of stage-two evaporation from potential evaporation and albedo or surface temperature. *Water Resources Research*, 33(1):111-122.

Saylor, C. P. (1935). *Accuracy of microscopical methods for determining refractive index by immersion*. US Department of Commerce, National Bureau of Standards.

Scheller, M., Jansen, C., & Koch, M. (2010). Applications of effective medium theories in the terahertz regime. *Recent Optical and Photonic Technologies*.

Segelstein, D. J. (1981). *The complex refractive index of water* (Doctoral dissertation, University of Missouri-Kansas City).

Seneviratne, S. I., Corti, T., Davin, E. L., Hirschi, M., Jaeger, E. B., Lehner, I., Orlowsky, B., & Teuling, A. J. (2010). Investigating soil moisture-climate interactions in a changing climate: A review. *Earth-Science Reviews*, 99(3-4):125-161.

Sheng, W., Zhou, R., Sadeghi, M., Babaeian, E., Robinson, D. A., Tuller, M., & Jones, S. B. (2017). A TDR array probe for monitoring near-surface soil moisture distribution. *Vadose Zone Journal*, 16(4).

Shi, J., Jiang, L., Zhang, L., Chen, K. S., Wigneron, J. P., Chanzy, A., & Jackson, T. J. (2006). Physically based estimation of bare-surface soil moisture with the passive radiometers. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 44(11):3145-3153.

Singh, V. P. (1997). The use of entropy in hydrology and water resources. *Hydrological processes*, 11(6):587-626.

Sposito, G. (2008). *The chemistry of soils*. Oxford University Press.

- Somers, B., Gysels, V., Verstraefen, W. W., Delalieux, S., & Coppin P. (2010). Modelling moisture-induced soil reflectance changes in cultivated sandy soils: a case study in citrus orchards. *European Journal of Soil Science*, 61:1091-1105.
- Stafford, J. V. (1988). Remote, non-contact and in-situ measurement of soil moisture content: a review. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 41:151-172.
- Stenberg, B., Viscarra Rossel, R. A., Mouazen, A. M., & Wetterlind, J. (2010). Visible and near infrared spectroscopy in soil science. *Advances in Agronomy*, 107:163-215.
- Stern, F. (1964). Transmission of isotropic radiation across an interface between two dielectrics. *Applied Optics*, 3(1):111-113.
- Stoner, E. R., & Baumgardner, M. F. (1981). Characteristic variations in reflectance of surface soils. *Soil Science Society of America*, 45(6):1161-1165.
- Strangeways, I. (2003). *Measuring the natural environment*. Cambridge University Press.

T

- Tavernier, R., & Maréchal, R. (1958). Carte des associations de sols. *Pédologie*, 8:134-182.
- Tentori, D., & Lerma, J. R. (1990). Refractometry by minimum deviation: accuracy analysis. *Optical Engineering*, 29(2):160-168.
- Tester, M., & Morris, C. (1987). The penetration of light through soil. *Plant, Cell and Environment*, 10:281-286.
- Tian, J., & Philpot, W. D. (2015a). Relationship between surface soil water content, evaporation rate, and water absorption band depths in SWIR reflectance spectra. *Remote Sensing of Environment*, 169:280-289.
- Tian, J., & Philpot, W. D. (2015b). *Relating water absorption features to soil moisture characteristics*, Department of Civil and Environmental Engineering, Cornell University, Ithaca, NY, USA.
- Topp, G. C., & Davis, J. L. (1985). Measurement of Soil Water Content using Time-domain Reflectometry (TDR): A Field Evaluation 1. *Soil Science Society of America Journal*, 49(1):19-24.
- Topp, G. C., Davis, J. L., & Annan, A. P. (1980). Electromagnetic determination of soil water content: Measurements in coaxial transmission lines. *Water Resources Research*, 16(3):574-582.
- Trévin, P. (2018). Modélisation de l'indice de réfraction d'un milieu effectif. Stage de license 3. 3 pp.
- Tuller, M., Or, D., & Dudley, L. M. (1999). Adsorption and capillary condensation in porous media: Liquid retention and interfacial configurations in angular pores. *Water Resources Research*, 35(7):1949-1964.
- Twomey, S.A., Bohren, C.F., & Mergenthaler, J.L. (1986). Reflectance and albedo differences between wet and dry surfaces. *Applied Optics*, 25(3):431-437.

U

- Ulaby, F. T., Siquera, P., Nashashibi, A., & Sarabandi, K. (1996). Semi-empirical model for radar backscatter from snow at 35 and 95 GHz. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 34(5):1059-1065.
- Urai, M., Matsunaga, T., & Ishii, T. (1997). Relationship between soil moisture content and thermal infrared emissivity of the sand sampled in Muus Desert, China. *Journal of the Remote Sensing Society of Japan*, 17(4):322-331.

V

- Van Bavel, C. H. M., & Hillel, D. I. (1976). Calculating potential and actual evaporation from a bare soil surface by simulation of concurrent flow of water and heat, *Agricultural Meteorology*, 17(6):453-476.
- Vereecken, H., Huisman, J. A., Bogaen, H., Vanderborght, J., Vrugt, J. A., & Hopmans, J. W. (2008). On the value of soil moisture measurements in vadose zone hydrology: A review. *Water Resources Research*, 44:W00D06.

- Verhoef, W., & Bach, H. (2007). Coupled soil–leaf–canopy and atmosphere radiative transfer modeling to simulate hyperspectral multi-angular surface reflectance and TOA radiance data. *Remote Sensing of Environment*, 109(2):166-182.
- Verpoorter, C., Carrère, V., & Combe, J. P. (2014). Visible, near-infrared spectrometry for simultaneous assessment of geophysical sediment properties (water, grain size) using the Spectral Derivative – Modified Gaussian Model. *Journal of Geophysical Research-Earth Surface*, 119(10):2098-2122.
- Vincent, R. K., & Hunt, G. R. (1968). Infrared reflection from mat surfaces. *Applied Optics*, 7:53-59.
- Vu, P. V. H. (2017). *Study the soil moisture in solar domain*. Research and development bachelor thesis, Université des Sciences et des Technologies de Hanoi (USTH).

W

- Walker, J., Willgoose, G., & Kalma, J. (2004). In situ measurements of soil moisture: a comparison of techniques. *Journal of Hydrology*, 293:85-89.
- Wang, L., & Qu, J. (2009). Satellite remote sensing applications for surface soil moisture monitoring: a review. *Frontiers of Earth Science in China*, 3(2):239-247.
- Weingartner, E., Saathoff, H., Schnaiter, M., Streit, N., Bitnar, B., & Baltensperger, U. (2003). Absorption of light by soot particles: determination of the absorption coefficient by means of aethalometers. *Journal of Aerosol Science*, 34(10):1445-1463.
- Western, A. W., Grayson, R. B., & Blöschl, G. (2002). Scaling of soil moisture: A hydrologic perspective. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 30(1):149-180.
- Whalley, W. R., Leeds-Harrison, P. B., & Bowman, G. E. (1991). Estimation of soil moisture status using near infrared reflectance. *Hydrological Processes*, 5(3):321-327.
- Whiting, M. L. (2004). *Soil moisture model to improve mineral abundance estimates from hyperspectral data*, PhD thesis, Department of Land, Air and Water Resources, University of California, Davis, 136 pp.
- Whiting, M. L., Li, L., & Ustin, S. L. (2004). Predicting water content using Gaussian model on soil spectra. *Remote Sensing of Environment*, 89(4):535-552.
- Woolley, J. T., & Stoller, E. W. (1978). Light penetration and light-induced seed germination in soil. *Plant Physiology*, 61(4):597-600.
- Wozniak, B., & Dera, J. (2007). *Light Absorption in Sea Water*. Springer, 453 pp.

X

- Xiao, W., & Zengxiang, Z. (2005). A review: Theories, methods and development of soil moisture monitoring by remote sensing. In Proc. *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'05)*, 6:4505-4507.
- Xiao, X., Horton, R., Sauer, T. J., Heitman, J. L., & Ren, T. (2011). Cumulative soil water evaporation as a function of depth and time. *Vadose Zone Journal*, 10(3):1016-1022.
- Xu, D., & Guo, X. (2013). A study of soil line simulation from landsat images in mixed grassland. *Remote Sensing*, 5(9):4533-4550.

Y

- Yang, G. J., Zhao, C. J., Huang, W. J., & Wang, J. H. (2011). Extension of the Hapke bidirectional reflectance model to retrieve soil water content. *Hydrology and Earth System Sciences*, 15:2317-2326.
- Yang, Y., Shang, S., & Jiang, L. (2012). Remote sensing temporal and spatial patterns of evapotranspiration and the responses to water management in a large irrigation district of North China. *Agricultural and Forest Meteorology*, 164:112-122.
- Yin, Z., Lei, T., Yan, Q., Chen, Z., & Dong, Y. (2013). A near-infrared reflectance sensor for soil surface moisture measurement. *Computers and Electronics in Agriculture*, 99:101-107.

Yoshioka, H., Miura, T., Demattê, J. A., Batchily, K., & Huete, A. R. (2010). Soil line influences on two-band vegetation indices and vegetation isolines: A numerical study. *Remote Sensing*, 2(2):545-561.

Z

Zarco-Tejada, P. J., Rueda, C. A., & Ustin, S. L. (2003). Water content estimation in vegetation with MODIS reflectance data and model inversion methods. *Remote Sensing of Environment*, 85(1):109-124.

Zhan, Z., Qin, Q., Ghulan, A., & Wang, D. (2007). NIR-red spectral space based new method for soil moisture monitoring. *Science in China Series D: Earth Sciences*, 50(2):283-289.

Zhang, N., Quiring, S., Ochsner, T., & Ford, T. (2017). Comparison of three methods for vertical extrapolation of soil moisture in Oklahoma. *Vadose Zone Journal*, 16(10).

Annexes du chapitre I

- Démonstrations des équations 1.6 et 1.7 :

On part de :

$$\frac{SMC'_g}{1 - SMC'_g} = \frac{\frac{m_h - m_s}{m_h}}{1 - \left(\frac{m_h - m_s}{m_h}\right)} \quad (A1.1)$$

$$\frac{SMC'_g}{1 - SMC'_g} = \frac{\frac{m_h - m_s}{m_h}}{\frac{m_h - m_h + m_s}{m_h}} \quad (A1.2)$$

On obtient bien l'équation 1.6 :

$$\frac{SMC'_g}{1 - SMC'_g} = \frac{m_h - m_s}{m_s} = SMC_g \quad (A1.3)$$

Démontrer que :

$$SMC'_g = \frac{SMC_g}{1 + SMC_g} \quad (A1.4)$$

repose sur le même principe.

Annexes du chapitre II

- Démonstrations des équations 2.17 et 2.18

Partons des coefficients de transmission dont la direction d'incidence est spécifiée (équations 3.3 et 3.4) :

$$t_s(x, n) = \frac{4\sqrt{1-x} \times \sqrt{n^2-x}}{[\sqrt{1-x} + \sqrt{n^2-x}]^2} \quad (\text{A2.1})$$

$$t_p(x, n) = \frac{4n^2\sqrt{1-x} \times \sqrt{n^2-x}}{[n^2\sqrt{1-x} + \sqrt{n^2-x}]^2} \quad (\text{A2.2})$$

avec $n = n_2/n_1$, $n_2 > n_1$ et $x = \sin^2\theta$. Si la lumière incidente est isotrope alors on peut écrire la puissance incidente sur une zone unitaire dans un angle solide $d\Omega$ sous la forme :

$$s_1 \cos\theta \, d\Omega \quad (\text{A2.3})$$

La puissance transmise à l'interface est donnée en multipliant la formule précédente par $(1/2 t_s + 1/2 t_p)$ en supposant que la polarisation de la lumière du Soleil est aléatoire. La transmittance moyenne est alors donnée par :

$$t_{av}(n) = \frac{\int [1/2 t_s(x, n) + 1/2 t_p(x, n)] s_1 \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi}{\int s_1 \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi} \quad (\text{A2.4})$$

$$t_{av}(n) = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} [1/2 t_s(x, n) + 1/2 t_p(x, n)] \cos\theta \sin\theta \, d\theta}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta \, d\theta} \quad (\text{A2.5})$$

or $x = \sin^2\theta$ donc $dx = 2 \cos\theta \sin\theta \, d\theta$ et donc $d\theta = \frac{dx}{2 \cos\theta \sin\theta}$. Le changement de bornes donne pour $\theta = 0 \rightarrow x = 0$ et pour $\theta = \pi/2 \rightarrow x = 1$. L'équation précédente devient :

$$t_{av}(n) = \frac{\int_0^1 [1/2 t_s(x, n) + 1/2 t_p(x, n)] \, dx}{\int_0^1 dx} \quad (\text{A2.6})$$

$$t_{av}(n) = \int_0^1 [1/2 t_s(x, n) + 1/2 t_p(x, n)] \, dx = \frac{1}{2} t_{s,av} + \frac{1}{2} t_{p,av} \quad (\text{A2.7})$$

On va alors calculer $t_{s,av}$ et $t_{p,av}$.

D'abord, on calcule $t_{s,av}$:

$$t_{s,av} = \int_0^1 t_s(x, n) dx \quad (\text{A2.8})$$

$$t_{s,av} = \int_0^1 \frac{4\sqrt{(1-x)(n^2-x)}}{(\sqrt{1-x} + \sqrt{n^2-x})^2} dx \quad (\text{A2.9})$$

$$t_{s,av} = 4 \int_0^1 \frac{\sqrt{x^2 - (n^2+1)x + n^2}}{2\sqrt{x^2 - (n^2+1)x + n^2 - 2x + 1 + n^2}} dx \quad (\text{A2.10})$$

Comme :

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - (n^2+1)x + n^2} &= \sqrt{\left(x - \frac{n^2+1}{2}\right)^2 + n^2 - \left(\frac{n^2+1}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{n^2+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{n^2-1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(x - \frac{n^2+1}{2}\right)^2 + k} \end{aligned} \quad (\text{A2.11})$$

Alors :

$$t_{s,av} = 4 \int_0^1 \frac{\sqrt{\left(x - \frac{n^2+1}{2}\right)^2 + k}}{2\sqrt{\left(x - \frac{n^2+1}{2}\right)^2 + k - 2x + 1 + n^2}} dx \quad (\text{A2.12})$$

On opère le changement de variable suivant : $y = x - \frac{n^2+1}{2}$, $dy = dx$ et $x = y + \frac{n^2+1}{2}$

On obtient donc :

$$t_{s,av} = 4 \int_{-\frac{n^2+1}{2}}^{\frac{1-n^2}{2}} \frac{\sqrt{y^2 + k}}{2\sqrt{y^2 + k - 2y}} dy \quad (\text{A2.13})$$

On pose $u = \sqrt{y^2 + k} \rightarrow u^2 = y^2 + k \rightarrow u^2 - y^2 = k \rightarrow k = (u - y)(u + y)$

On pose $s = u - y \rightarrow u = s + y$

Donc $k = s(s + 2y) \rightarrow y = \frac{1}{2}\left(\frac{k}{s} - s\right) \rightarrow dy = \frac{1}{2}\left(-\frac{k}{s^2} - 1\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{k+s^2}{s^2}\right) ds$

De plus $s = u - y = \sqrt{y^2 + k} - y$

Donc :

$$t_{s,av} = 2 \int \sqrt{\frac{\left(\frac{1-n^2}{2}\right)^2 + k - \frac{1-n^2}{2}}{\left(\frac{-n^2+1}{2}\right)^2 + k + \frac{n^2+1}{2}}} \frac{s + \frac{1}{2\left(\frac{k}{s} - s\right)}}{s} \times \left(-\frac{1}{2} \frac{k + s^2}{s^2}\right) ds \quad (\text{A2.14})$$

$$t_{s,av} = - \int \frac{\frac{n^2-1}{2}}{\frac{(n+1)^2}{2}} \frac{(k + s^2)^2}{2s^4} ds \quad (\text{A2.15})$$

$$t_{s,av} = - \int \frac{\frac{n^2-1}{2}}{\frac{(n+1)^2}{2}} \left[\frac{k^2}{2s^4} + \frac{k}{s^2} + \frac{1}{2} \right] ds \quad (\text{A2.16})$$

$$t_{s,av} = - \left[-\frac{k^2}{6s^3} - \frac{k}{s} + \frac{1}{2}s \right] \frac{\frac{n^2-1}{2}}{\frac{(n+1)^2}{2}} \quad (\text{A2.17})$$

Pour rappel, $k = -\frac{(n^2+1)^2}{4}$, donc :

$$t_{s,av} = \frac{n^2-1}{12} - \frac{n^2-1}{2} - \frac{n^2-1}{4} - \frac{(n-1)^4}{12(n+1)^2} + \frac{(n-1)^2}{2} + \frac{(n+1)^2}{4} \quad (\text{A2.18})$$

Finalement on obtient :

$$t_{s,av} = \frac{4(2n+1)}{3(n+1)^2} \quad (\text{A2.19})$$

avec $n \geq 1$

Maintenant on calcule $t_{p,av}$:

$$t_{p,av} = \int_0^1 t_p(x, n) dx \quad (\text{A2.20})$$

$$t_{p,av} = \int_0^1 \frac{4n^2 \sqrt{(1-x)(n^2-x)}}{\left(n^2 \sqrt{1-x} + \sqrt{n^2-x}\right)^2} dx \quad (\text{A2.21})$$

$$t_{p,av} = 4n^2 \int_0^1 \frac{\sqrt{x^2 - (n^2+1)x + n^2}}{2n^2 \sqrt{x^2 - (n^2+1)x + n^2} + n^4(1-x) + (n^2-x)} dx \quad (\text{A2.22})$$

$$t_{p,av} = 4n^2 \int_0^1 \frac{\sqrt{\left(x - \frac{n^2+1}{2}\right)^2 + k}}{2n^2 \sqrt{\left(x - \frac{n^2+1}{2}\right)^2 + k + n^2(n^2+1) - x(n^4+1)}} dx \quad (\text{A2.23})$$

Avec $k = -\frac{(n^2-1)^2}{4}$

En opérant le changement de variable suivant : $y = x - \frac{n^2+1}{2}$, $dx = dy$ et $x = y + \frac{n^2+1}{2}$ on obtient :

$$t_{p,av} = 4n^2 \int_{-\frac{1+n^2}{2}}^{\frac{1-n^2}{2}} \frac{\sqrt{y^2+k}}{2n^2 \sqrt{y^2+k} + n^2(n^2+1) - \left(y + \frac{n^2+1}{2}\right)(n^4+1)} dy \quad (\text{A2.24})$$

$$t_{p,av} = 4n^2 \int_{-\frac{1+n^2}{2}}^{\frac{1-n^2}{2}} \frac{\sqrt{y^2+k}}{2n^2 \sqrt{y^2+k} - y(n^4+1) + \frac{1}{2}(n^4-1)(1-n^2)} dy \quad (\text{A2.25})$$

En opérant à nouveau un changement de variable : $s = \sqrt{y^2+k} - y$, $y = \frac{1}{2}\left(\frac{k}{s} - s\right)$, $dy = -\frac{1}{2}\frac{k+s^2}{s^2} ds$, on obtient :

$$t_{p,av} = 4n^2 \int_{\frac{(n+1)^2}{2}}^{\frac{n^2-1}{2}} \frac{s + \frac{1}{2}\left(\frac{k}{s} - s\right) \times \left(-\frac{1}{2}\frac{k+s^2}{s^2}\right)}{2n^2 \left[s + \frac{1}{2}\left(\frac{k}{s} - s\right)\right] - \frac{1}{2}\left(\frac{k}{s} - s\right)(n^4+1) + \frac{1}{2}(n^4-1)(1-n^2)} ds \quad (\text{A2.26})$$

$$t_{p,av} = -n^2 \int_{\frac{(n+1)^2}{2}}^{\frac{n^2-1}{2}} \frac{(k+s^2)^2/s^3}{n^2\left(\frac{k}{s} + s\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{k}{s} - s\right)(n^4+1) + \frac{1}{2}(n^4-1)(1-n^2)} ds \quad (\text{A2.27})$$

$$t_{p,av} = -n^2 \int_{\frac{(n+1)^2}{2}}^{\frac{n^2-1}{2}} \frac{(k+s^2)^2}{s^3} \frac{2s}{n^2(2k+2s^2) - (k-s^2)(n^4+1) + s(n^4-1)(1-n^2)} ds \quad (\text{A2.28})$$

$$t_{p,av} = -2n^2 \int_{\frac{(n+1)^2}{2}}^{\frac{n^2-1}{2}} \frac{(k+s^2)^2}{s^2[2n^2(k+s^2) - (k-s^2)(n^4+1) + s(n^4-1)(1-n^2)]} ds \quad (\text{A2.29})$$

$$t_{p,av} = -2n^2 \int_{\frac{(n+1)^2}{2}}^{\frac{n^2-1}{2}} \frac{(k+s^2)^2}{s^2[(2n^2+n^4+1)s^2 + (n^4-1)(1-n^2)s + (2n^2-n^4-1)k]} ds \quad (\text{A2.30})$$

$$t_{p,av} = -2n^2 \int_{\frac{(n+1)^2}{2}}^{\frac{n^2-1}{2}} \frac{(k+s^2)^2}{s^2 \left[(n^2+1)^2 s^2 + (n^4-1)(1-n^2)s + \frac{(n^2-1)^4}{4} \right]} ds \quad (\text{A2.31})$$

$$t_{p,av} = -2n^2 \int_{\frac{(n+1)^2}{2}}^{\frac{n^2-1}{2}} \frac{(k+s^2)^2}{s^2 \left[(n^2+1)s - \frac{(n^2-1)^2}{2} \right]^2} ds \quad (\text{A2.32})$$

$$t_{p,av} = -8n^2 \int_{\frac{(n+1)^2}{2}}^{\frac{n^2-1}{2}} \frac{s^4 + 2ks^2 + k^2}{s^2 [2(n^2+1)s - (n^2-1)^2]^2} ds \quad (\text{A2.33})$$

On pose :

$$\frac{s^4 + 2ks^2 + k^2}{s^2 [2(n^2+1)s - (n^2-1)^2]^2} = \frac{s^4 + \alpha s^2 + \beta}{s^2 (\gamma s + \varepsilon)^2} = A + \frac{B}{s} + \frac{C}{s^2} + \frac{D}{\gamma s + \varepsilon} + \frac{E}{(\gamma s + \varepsilon)^2} \quad (\text{A2.34})$$

$$\begin{cases} \gamma A = 1 \\ 2\gamma\varepsilon A + \gamma^2 B + \gamma D = 0 \\ \varepsilon^2 A + 2\gamma\varepsilon B + \gamma^2 C + \varepsilon D + E = \alpha \\ \varepsilon^2 B + 2\gamma\varepsilon C = 0 \\ \varepsilon^2 C = \beta \end{cases} \quad (\text{A2.35})$$

Donc :

$$A = \frac{1}{\gamma^2}; B = -\frac{2\gamma\beta}{\varepsilon}; C = \frac{\beta}{\varepsilon^2}; D = \frac{2\gamma^4\beta - 2\varepsilon^4}{\gamma^2\varepsilon^3}; E = \frac{\alpha\gamma^2\varepsilon^2 + \beta\gamma^4 + \varepsilon^4}{\gamma^2\varepsilon^2}$$

$$\text{avec } \alpha = 2k; \beta = k^2; \gamma = 2(n^2+1); \varepsilon = -(n^2-1)^2; k = -\frac{(n^2-1)^2}{4}$$

On a alors :

$$A = \frac{1}{4(n^2+1)^2}; B = \frac{n^2+1}{4(n^2-1)^2}; C = \frac{1}{16}; D = \frac{-4n^2(n^4+1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)^2}; E = \frac{4n^4}{(n^2+1)^2}$$

Donc :

$$t_{p,av} = -8n^2 \int \left[\frac{1}{4(n^2+1)^2} + \frac{n^2+1}{4(n^2-1)^2 s} + \frac{1}{16s^2} - \frac{4n^2(n^2+1)}{(n^2+1)(n^2-1)[2(n^2+1)s - (n^2-1)^2]} + \frac{4n^4}{(n^2+1)^2 [2(n^2+1)s - (n^2-1)^2]^2} \right] ds \quad (\text{A2.36})$$

$$\begin{aligned}
t_{p,av} = & -\frac{2n^2}{(n^2+1)^2} \int ds \\
& -\frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \int \frac{ds}{s} \\
& -\frac{n^2}{2} \int \frac{ds}{s^2} \\
& +\frac{32n^4(n^4+1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)^2} \int \frac{ds}{2(n^2+1)s - (n^2-1)^2} \\
& -\frac{32n^6}{(n^2+1)^2} \int \frac{ds}{[2(n^2+1)s - (n^2-1)^2]^2}
\end{aligned} \tag{A2.37}$$

Si on pose :

$$t_{p,av} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 \tag{A2.38}$$

Avec :

$$t_1 = -\frac{2n^2}{(n^2+1)^2} \int ds = -\frac{2n^2}{(n^2+1)^2} \left[\frac{n^2-1}{2} - \frac{(n+1)^2}{2} \right] = \frac{2n^2(n+1)}{(n^2+1)^2} \tag{A2.39}$$

$$\begin{aligned}
t_2 = & -\frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \int \frac{ds}{s} = -\frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \left[\log \frac{n^2-1}{2} - \log \frac{(n+1)^2}{2} \right] \\
= & -\frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log \left(\frac{n-1}{n+1} \right)
\end{aligned} \tag{A2.40}$$

$$t_3 = -\frac{n^2}{2} \int \frac{ds}{s^2} = \frac{n^2}{2} \left[\frac{2}{n^2-1} - \frac{2}{(n+1)^2} \right] = \frac{2n^2}{(n-1)(n+1)^2} \tag{A2.41}$$

$$\begin{aligned}
t_4 = & \frac{32n^4(n^4+1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)^2} \int \frac{ds}{2(n^2+1)s - (n^2-1)^2} \\
= & \frac{16n^4(n^4+1)}{(n^2+1)^3(n^2-1)} [\log[2(n^2+1)s - (n^2-1)^2]] \\
= & \frac{16n^4(n^4+1)}{(n^2+1)^3(n^2-1)^2} \log \frac{n-1}{n(n+1)}
\end{aligned} \tag{A2.42}$$

$$\begin{aligned}
t_5 = & -\frac{32n^6}{(n^2+1)^2} \int \frac{ds}{[2(n^2+1)s - (n^2-1)^2]^2} = \frac{16n^6}{(n^2+1)^3} \left[\frac{1}{2(n^2+1)s - (n^2-1)^2} \right] \\
= & \frac{8n^5}{(n^2+1)^2(n+1)^2(n-1)}
\end{aligned} \tag{A2.43}$$

On additionne ensuite t_1 , t_3 et t_5 d'un côté et t_2 et t_4 de l'autre :

$$t_1 + t_3 + t_5 = \frac{2n^2(n+1)}{(n^2+1)^2} + \frac{2n^2}{(n-1)(n+1)^2} + \frac{8n^5}{(n^2+1)^2(n+1)^2(n-1)} \tag{A2.44}$$

$$t_1 + t_3 + t_5 = \frac{2n^2(n+1)^3(n-1) + 2n^2(n^2+1)^2 + 8n^5}{(n^2+1)^2(n+1)^2(n-1)} \quad (\text{A2.45})$$

$$t_1 + t_3 + t_5 = \frac{4n^3(n^3 + 3n^2 + n - 1)}{(n^2+1)^2(n+1)^2(n-1)} \quad (\text{A2.46})$$

$$t_1 + t_3 + t_5 = \frac{4n^3(n^2 + 2n - 1)(n+1)}{(n^2+1)^2(n+1)^2(n-1)} \quad (\text{A2.47})$$

$$t_1 + t_3 + t_5 = \frac{4n^3(n^2 + 2n - 1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)} \quad (\text{A2.48})$$

Et :

$$t_2 + t_4 = -\frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log\left(\frac{n-1}{n+1}\right) + \frac{16n^4(n^4+1)}{(n^2+1)^3(n^2-1)^2} \log\frac{n-1}{n(n+1)} \quad (\text{A2.49})$$

$$t_2 + t_4 = -\frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log n + \left[\frac{16n^4(n^4+1)}{(n^2+1)^3(n^2-1)^2} - \frac{2n^2(n^3+1)}{(n^2-1)^2} \right] \log\frac{n-1}{n(n+1)} \quad (\text{A2.50})$$

$$t_2 + t_4 = -\frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log n + \frac{2n^2(-n^8 + 4n^6 - 6n^4 + 4n^2 - 1)}{(n^2+1)^3(n^2-1)^2} \log\frac{n-1}{n(n+1)} \quad (\text{A2.51})$$

$$t_2 + t_4 = -\frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log n + \frac{2n^2(n^2-1)^2}{(n^2+1)^3} \log\frac{n(n+1)}{n-1} \quad (\text{A2.52})$$

On obtient alors :

$$t_{p,av} = \frac{4n^3(n^2+2n-1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)} - \frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log n + \frac{2n^2(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2} \log\frac{n(n+1)}{n-1} \quad (\text{A2.53})$$

avec $n \geq 1$

Or, comme la lumière n'est pas polarisée :

$$t_{av} = \frac{1}{2} t_{s,av} + \frac{1}{2} t_{p,av} \quad (\text{A2.54})$$

$$t_{av} = \frac{1}{2} \frac{4(2n+1)}{3(n+1)^2} + \frac{1}{2} \left[\frac{4n^3(n^2+2n-1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)} - \frac{2n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log n + \frac{2n^2(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2} \log \frac{n(n+1)}{n-1} \right] \quad (\text{A2.55})$$

$$t_{av} = \frac{2(2n+1)}{3(n+1)^2} + \frac{2n^3(n^2+2n-1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)} - \frac{n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log n + \frac{n^2(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2} \log \frac{n(n+1)}{n-1} \quad (\text{A2.56})$$

Donc la réflexion moyenne est (pour $n \geq 1$) :

$$r_{av} = 1 - t_{av} \quad (\text{A2.57})$$

$$r_{av} = 1 - \left[\frac{2(2n+1)}{3(n+1)^2} + \frac{2n^3(n^2+2n-1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)} - \frac{n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log n + \frac{n^2(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2} \log \frac{n(n+1)}{n-1} \right] \quad (\text{A2.58})$$

$$r_{av} = 1 - \frac{2(2n+1)}{3(n+1)^2} - \frac{2n^3(n^2+2n-1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)} + \frac{n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log n - \frac{n^2(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2} \log \frac{n(n+1)}{n-1} \quad (\text{A2.59})$$

$$r_{av} = \frac{3n^2+2n+1}{3(n+1)^2} - \frac{2n^3(n^2+2n-1)}{(n^2+1)^2(n^2-1)} + \frac{n^2(n^2+1)}{(n^2-1)^2} \log n - \frac{n^2(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2} \log \frac{n(n+1)}{n-1} = r_{12} \quad (\text{A2.60})$$

On retrouve bien l'équation 2.18.

Maintenant en reprenant les équations de Fresnel :

$$t_s(x, n) = \frac{4\sqrt{1-x} \times \sqrt{n^2-x}}{[\sqrt{1-x} + \sqrt{n^2-x}]^2} \quad (\text{A2.61})$$

$$t_p(x, n) = \frac{4n^2\sqrt{1-x} \times \sqrt{n^2-x}}{[n^2\sqrt{1-x} + \sqrt{n^2-x}]^2} \quad (\text{A2.62})$$

On montre que $t_s(x, n) = t_s\left(\frac{x}{n^2}, \frac{1}{n}\right)$ et que $t_p(x, n) = t_p\left(\frac{x}{n^2}, \frac{1}{n}\right)$:

$$t_s\left(\frac{x}{n^2}, \frac{1}{n}\right) = \frac{4\sqrt{1-\frac{x}{n^2}} \times \sqrt{\frac{1}{n^2}-\frac{x}{n^2}}}{\left[\sqrt{1-\frac{x}{n^2}} + \sqrt{\frac{1}{n^2}-\frac{x}{n^2}}\right]^2} \quad (\text{A2.63})$$

$$t_s\left(\frac{x}{n^2}, \frac{1}{n}\right) = \frac{\frac{4}{n}\sqrt{n^2-x} \times \sqrt{1-x}}{\frac{1}{n}[\sqrt{n^2-x} + \sqrt{1-x}]^2} = \frac{4\sqrt{n^2-x} \times \sqrt{1-x}}{[\sqrt{n^2-x} + \sqrt{1-x}]^2} = t_s(x, n) \quad (\text{A2.64})$$

La démonstration est tout aussi triviale pour $t_p(x, n)$.

Si on refait toute l'intégration précédente en introduisant $t_s\left(\frac{x}{n^2}, \frac{1}{n}\right)$ et $t_p\left(\frac{x}{n^2}, \frac{1}{n}\right)$ à la place de $t_s(x, n)$ et $t_p(x, n)$ alors nous trouvons que :

$$t_{av}(n) = n^2 t_{av}\left(\frac{1}{n}\right) \quad (\text{A2.65})$$

Dans le cas du passage d'un rayon d'un milieu d'indice de réfraction n_1 à un milieu d'indice de réfraction 1, comme l'air, alors nous obtenons :

$$t_{av}\left(\frac{1}{n_1}\right) = n_1^{-2} t_{av}(n_1) \quad (\text{A2.66})$$

Écrit autrement :

$$t_{21} = n_1^{-2} t_{12} \quad (\text{A2.67})$$

C'est la réflexion à l'interface eau → air qui nous intéresse, typiquement le cas d'un rayon qui passe d'un milieu d'indice de réfraction n_2 à un milieu d'indice de réfraction 1. La réflexion à cette interface est :

$$r_{21} = 1 - t_{21} \quad (\text{A2.68})$$

$$r_{21} = 1 - n_1^{-2} t_{12} \quad (\text{A2.69})$$

$$r_{21} = 1 - \frac{1}{n_1^2} (1 - r_{12}) \quad (\text{A2.70})$$

On retrouve bien l'équation 2.17.

- **Explications sur le système d'équations de K-M : système d'équations 2.21**

Soit une couche infinitésimale de largeur constante qui absorbe et diffuse la lumière : $k dz + s dz$. Ici k le coefficient d'absorption et s le coefficient de diffusion. En passant à travers cette couche dz , un rayonnement d'intensité I décroît comme suit :

$$(k + s) I dz \quad (\text{A2.71})$$

Soit un autre rayonnement J qui va décroître de la même manière :

$$(k + s)Jdz \quad (\text{A2.72})$$

La théorie de Kubelka-Munk part du principe que tous les flux lumineux dans une couche peuvent être décrits par un flux ascendant (J) et un flux descendant (I). Donc tous les rayons diffusés allant dans la direction de I iront alors dans la direction de J et vice versa. On a alors :

$$dI = -(k + s)Idz + sJdz \quad (\text{A2.73})$$

$$-dJ = -(k + s)Jdz + sIdz \quad (\text{A2.74})$$

Le signe négatif devant le dJ vient du fait que z est dans l'orientation opposée à J c'est-à-dire dans la direction de I . On obtient alors :

$$\begin{cases} \frac{dI}{dz} = -(k + s)I + sJ \\ \frac{dJ}{dz} = (k + s)J - sI \end{cases} \quad (\text{A2.75})$$

Ce sont les équations de Kubelka-Munk.

- **Démonstrations des équations 2.22 et 2.23 : solutions des équations de K-M**

Partons du système d'équations A2.75 (ou 2.21). Il s'agit d'un système différentiel linéaire d'ordre 1 à coefficients constants que l'on peut réécrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} I' \\ J' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(k + s) & s \\ -s & (k + s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ J \end{pmatrix} \quad (\text{A2.76})$$

Si on pose $X = \begin{pmatrix} I \\ J \end{pmatrix}$ et $A = \begin{pmatrix} -(k + s) & s \\ -s & (k + s) \end{pmatrix}$ on a $X' = AX$

La solution générale d'un tel système est classique. Elle consiste à diagonaliser A .

Calculons les valeurs propres :

$$\det(A - \lambda I) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} -(k + s) - \lambda & s \\ -s & (k + s) - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{A2.77})$$

$$(-(k + s) - \lambda)((k + s) - \lambda) + s^2 = 0 \quad (\text{A2.78})$$

$$-(k + s)^2 + \lambda(k + s) - \lambda(k + s) + \lambda^2 + s^2 = 0 \quad (\text{A2.79})$$

$$\lambda + s^2 - (k + s)^2 = 0 \quad (\text{A2.80})$$

$$\lambda^2 + (s^2 - k^2 - s^2 - 2ks) = 0 \quad (\text{A2.81})$$

$$\lambda^2 = k(k + 2s) \quad (\text{A2.82})$$

$$\lambda = \pm\sqrt{k(k + 2s)} \quad (\text{A2.83})$$

On pose $\alpha^2 = k(k + 2s) \Leftrightarrow \lambda = \pm\alpha$

Maintenant on calcule les vecteurs propres :

- D'abord le vecteur propre \vec{v}_1 correspondant à la valeur propre $\lambda_1 = \alpha$

$$(A - \alpha I)\vec{v}_1 = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -(k+s) - \alpha & s \\ -s & (k+s) - \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} (k+s+\alpha)x = sy \\ -sx = (\alpha - k - s)y \end{cases} \quad (\text{A2.84})$$

En faisant la somme des deux égalités, on obtient :

$$(A - \alpha I)\vec{v}_1 = \vec{0} \Leftrightarrow (\alpha + k)x = (\alpha - k)y \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha - k \\ y = \alpha + k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha(1 - k/\alpha) \\ y = \alpha(1 + k/\alpha) \end{cases} \quad (\text{A2.85})$$

On pose $\beta = k/\alpha = \sqrt{k/(k + 2s)}$

$$(A - \alpha I)\vec{v}_1 = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha(1 - \beta) \\ y = \alpha(1 + \beta) \end{cases} \quad (\text{A2.86})$$

Donc :

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} \alpha(1 - \beta) \\ \alpha(1 + \beta) \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 - \beta \\ 1 + \beta \end{pmatrix} = \alpha \vec{v}_{10} \quad (\text{A2.87})$$

- Maintenant le vecteur propre \vec{v}_2 correspondant à la valeur propre $\lambda_2 = -\alpha$

$$(A + \alpha I)\vec{v}_2 = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -(k+s) - \alpha & s \\ -s & (k+s) + \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} (k+s-\alpha)x = sy \\ -sx = -(\alpha + k + s)y \end{cases} \quad (\text{A2.88})$$

En faisant la somme des deux égalités on obtient :

$$(A + \alpha I)\vec{v}_2 = \vec{0} \Leftrightarrow (\alpha - k)x = (\alpha + k)y \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k \\ y = \alpha - k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha(1 + k/\alpha) \\ y = \alpha(1 - k/\alpha) \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha(1 + \beta) \\ y = \alpha(1 - \beta) \end{cases} \quad (\text{A2.89})$$

Donc :

$$\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} \alpha(1 + \beta) \\ \alpha(1 - \beta) \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 + \beta \\ 1 - \beta \end{pmatrix} = \alpha \vec{v}_{20} \quad (\text{A2.90})$$

Solution générale du système

Soit $B = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\alpha \end{pmatrix}$ la matrice des valeurs propres et $P = \begin{pmatrix} 1 - \beta & 1 + \beta \\ 1 + \beta & 1 - \beta \end{pmatrix}$ la matrice des vecteurs propres.

Nous avons vu que A pouvait se décomposer en $A = PBP^{-1}$ donc $X' = AX \Leftrightarrow X'(PBP^{-1})X$. On multiplie les deux membres de cette égalité par P^{-1} : $P^{-1}X' = BP^{-1}X$. En posant $Y = P^{-1}X \Leftrightarrow Y' = P^{-1}X'$ on obtient immédiatement $Y' = BP^{-1}X = BY$. Donc $X' = AX \Leftrightarrow Y' = BY$ avec B une matrice diagonale. La solution de l'équation différentielle du premier ordre $dy/dz = cy$ est égale à $y = \lambda e^{cz}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$.

Donc $Y' = BY \Leftrightarrow Y = \begin{pmatrix} ue^{\alpha z} \\ ve^{-\alpha z} \end{pmatrix}$ avec $(u, v) \in \mathbb{R}$ deux constantes arbitraires.

Or $Y = P^{-1}X \Leftrightarrow X = PY = \begin{pmatrix} 1 - \beta & 1 + \beta \\ 1 + \beta & 1 - \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ue^{\alpha z} \\ ve^{-\alpha z} \end{pmatrix}$.

La solution générale s'écrit donc :

$$\begin{cases} I(z) = (1 - \beta)ue^{\alpha z} + (1 + \beta)ve^{-\alpha z} \\ J(z) = (1 + \beta)ue^{\alpha z} + (1 - \beta)ve^{-\alpha z} \end{cases} \quad (\text{A2.91})$$

On retrouve bien les équations 2.22 et 2.23.

- **Démonstrations des équations 2.24 et 2.25 : expressions de u et de v**

Partons de :

$$I(z = 0) = I_0 = 1 \quad (\text{A2.92})$$

$$J(z = d) = 0 \quad (\text{A2.93})$$

On a alors que :

$$u(1 - \beta) + v(1 + \beta) = 1 \Leftrightarrow v = \frac{1 - u(1 - \beta)}{1 + \beta} \quad (\text{A2.94})$$

$$u(1 + \beta)e^{\alpha d} + v(1 - \beta)e^{-\alpha d} = 0 \quad (\text{A2.95})$$

On peut alors écrire que :

$$u(1 + \beta)e^{\alpha d} + \frac{1 - u(1 - \beta)}{1 + \beta} (1 - \beta)e^{-\alpha d} = 0 \quad (\text{A2.96})$$

$$u(1 + \beta)e^{\alpha d} + \frac{(1 - \beta)e^{-\alpha d}}{1 + \beta} - \frac{u(1 - \beta)(1 - \beta)e^{-\alpha d}}{1 + \beta} = 0 \quad (\text{A2.97})$$

$$u(1 + \beta)e^{\alpha d} - \frac{u(1 - \beta)(1 - \beta)e^{-\alpha d}}{1 + \beta} = -\frac{(1 - \beta)e^{-\alpha d}}{1 + \beta} \quad (\text{A2.98})$$

$$u \left(\frac{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}}{1 + \beta} \right) = \frac{(\beta - 1)e^{-\alpha d}}{1 + \beta} \quad (\text{A2.99})$$

$$u = \frac{(1 + \beta)(\beta - 1)e^{-\alpha d}}{(1 + \beta)[(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}]} \quad (\text{A2.93})$$

$$u = \frac{(\beta - 1)e^{-\alpha d}}{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (\text{A2.100})$$

On retrouve bien u .

Maintenant pour v . On sait que :

$$v = \frac{1 - u(1 - \beta)}{1 + \beta} \quad (\text{A2.101})$$

$$v = \frac{1 - \frac{(\beta - 1)e^{-\alpha d}}{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}} (1 - \beta)}{1 + \beta} \quad (\text{A2.102})$$

$$v = \frac{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d} - (\beta - 1)(1 - \beta)e^{-\alpha d}}{(1 + \beta)((1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d})} \quad (\text{A2.103})$$

$$v = \frac{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d} + (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}}{(1 + \beta)((1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d})} \quad (\text{A2.104})$$

$$v = \frac{(1 + \beta)e^{\alpha d}}{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (\text{A2.105})$$

On retrouve bien l'expression de v .

On retrouve bien les équations 2.24 et 2.25.

- **Démonstration de l'équation 2.26 : expression de R**

On sait que :

$$R = \frac{J(z=0)}{I_0} \quad (\text{A2.106})$$

Donc :

$$R = \frac{1}{I_0(\lambda)} \times I_0(\lambda) \left[\frac{(\beta-1)e^{-\alpha d}}{(1+\beta)^2 e^{\alpha d} - (1-\beta)^2 e^{-\alpha d}} (1-\beta)e^0 + \frac{(1+\beta)e^{\alpha d}}{(1+\beta)^2 e^{\alpha d} - (1-\beta)^2 e^{-\alpha d}} (1+\beta)e^0 \right] \quad (\text{A2.107})$$

$$R = \frac{(\beta-1)e^{-\alpha d}(1+\beta) + (1+\beta)e^{\alpha d}(1-\beta)}{(1+\beta)^2 e^{\alpha d} - (1-\beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (\text{A2.108})$$

$$R = \frac{(1-\beta^2)(e^{\alpha d} - e^{-\alpha d})}{(1+\beta)^2 e^{\alpha d} - (1-\beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (\text{A2.109})$$

On retrouve bien l'équation 2.26

• **Démonstration de l'équation 2.27 : expression de T**

On sait que :

$$T = \frac{I(z=d)}{I_0} \quad (\text{A2.110})$$

Donc :

$$T = \frac{1}{I_0(\lambda)} \times I_0(\lambda) \left[\frac{(\beta-1)e^{-\alpha d}}{(1+\beta)^2 e^{\alpha d} - (1-\beta)^2 e^{-\alpha d}} (1-\beta)e^{\alpha d} + \frac{(1+\beta)e^{\alpha d}}{(1+\beta)^2 e^{\alpha d} - (1-\beta)^2 e^{-\alpha d}} (1+\beta)e^{-\alpha d} \right] \quad (\text{A2.111})$$

$$T = \frac{(2\beta - \beta^2 - 1)e^{-\alpha d} e^{\alpha d} + (2\beta + \beta^2 + 1)e^{\alpha d} e^{-\alpha d}}{(1+\beta)^2 e^{\alpha d} - (1-\beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (\text{A2.112})$$

$$T = \frac{4\beta}{(1+\beta)^2 e^{\alpha d} - (1-\beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (\text{A2.113})$$

On retrouve bien l'équation 2.27

- **Démonstration de l'équation 2.28**

Partons de l'équation A2.109 (ou 2.26) :

$$R = \frac{(1 - \beta^2)(e^{\alpha d} - e^{-\alpha d})}{(1 + \beta)^2 e^{\alpha d} - (1 - \beta)^2 e^{-\alpha d}} \quad (\text{A2.114})$$

$$R_\infty = \frac{(1 - \beta^2)(e^\infty - e^{-\infty})}{(1 + \beta)^2 e^\infty - (1 - \beta)^2 e^{-\infty}} \quad (\text{A2.115})$$

$$R_\infty = \frac{(1 - \beta^2)e^\infty}{(1 + \beta)^2 e^\infty} \quad (\text{A2.116})$$

$$R_\infty = \frac{(1 - \beta)(1 + \beta)}{(1 + \beta)^2} \quad (\text{A2.117})$$

$$R_\infty = \frac{(1 - \beta)}{(1 + \beta)} \quad (\text{A2.118})$$

On retrouve bien l'équation 2.28

- **Démonstration de l'équation 2.30**

Partons de :

$$\frac{(1 - R_\infty)^2}{2R_\infty} \quad (\text{A2.119})$$

On a que :

$$\begin{aligned} (1 - R_\infty)^2 &= \left(1 - \frac{1 - \beta}{1 + \beta}\right)^2 = 1 - 2\frac{1 - \beta}{1 + \beta} + \frac{(1 - \beta)^2}{(1 + \beta)^2} \\ &= \frac{(1 + \beta)^2 - 2(1 - \beta)(1 + \beta) + (1 - \beta)^2}{(1 + \beta)^2} \end{aligned} \quad (\text{A2.120})$$

Et que :

$$2R_\infty = 2\frac{1 - \beta}{1 + \beta} = \frac{2(1 - \beta)(1 + \beta)}{(1 + \beta)^2} \quad (\text{A2.121})$$

Donc :

$$\frac{(1 - R_\infty)^2}{2R_\infty} = \frac{(1 + \beta)^2 - 2(1 - \beta)(1 + \beta) + (1 - \beta)^2}{2(1 - \beta)(1 + \beta)} \quad (\text{A2.122})$$

$$\frac{(1 - R_\infty)^2}{2R_\infty} = \frac{4\beta^2}{2(1 - \beta^2)} \quad (\text{A2.123})$$

$$\frac{(1 - R_\infty)^2}{2R_\infty} = \frac{2}{\frac{1}{\beta^2} - 1} \quad (\text{A2.124})$$

Or $\beta = \sqrt{k/k + 2s}$, donc :

$$\frac{(1 - R_\infty)^2}{2R_\infty} = \frac{2}{\frac{k + 2s}{k} - \frac{k}{k}} = \frac{2k}{k + 2s - k} = \frac{k}{s} \quad (\text{A2.125})$$

Donc on retrouve bien :

$$\frac{k}{s} = \frac{(1 - R_\infty)^2}{2R_\infty} \quad (\text{A2.126})$$

qui est l'équation 2.30.

- **Démonstration du passage de l'équation 2.38 à l'équation 2.39**

On part de l'équation 2.39 :

$$r = \frac{\sigma r_d \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + r_s \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)}{\sigma \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)} \quad (\text{A2.127})$$

On remplace r_d , r_s et σ par leur valeur respective (équations 2.40, 2.41 et 2.42).

$$r = \frac{\frac{s_d k_d}{s_s s_d} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + \frac{k_s}{s_s} \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)}{\frac{s_d}{s_s} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + \frac{\theta}{\theta_s}} \quad (\text{A2.128})$$

$$r = \frac{\frac{1}{s_s} \left(\frac{s_d k_d}{s_d} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + k_s \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)\right)}{\frac{s_d}{s_s} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + \frac{\theta}{\theta_s}} \quad (\text{A2.129})$$

$$r = \frac{k_d \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + k_s \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)}{s_d \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + s_s \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)} \quad (\text{A2.130})$$

On retrouve bien l'équation 2.38.

• **Démonstration du passage de l'équation 2.39 à l'équation 2.43**

On part de l'équation 2.39 :

$$r = \frac{\sigma r_d \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + r_s \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)}{\sigma \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s}\right) + \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)} \quad (\text{A2.131})$$

$$r = \frac{\sigma r_d - \sigma r_d \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right) + r_s \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)}{\sigma - \frac{\sigma \theta}{\theta_s} + \frac{\theta}{\theta_s}} \quad (\text{A2.132})$$

$$r = \frac{\sigma r_d + \frac{\theta}{\theta_s} (r_s - \sigma r_d)}{\sigma + \frac{\theta}{\theta_s} (1 - \sigma)} \quad (\text{A2.133})$$

$$r \left(\sigma + \frac{\theta}{\theta_s} (1 - \sigma) \right) = \sigma r_d + \frac{\theta}{\theta_s} (r_s - \sigma r_d) \quad (\text{A2.134})$$

$$r \sigma + r \frac{\theta}{\theta_s} (1 - \sigma) = \sigma r_d + \frac{\theta}{\theta_s} (r_s - \sigma r_d) \quad (\text{A2.135})$$

$$\frac{\theta}{\theta_s} (r_s - \sigma r_d) - r \frac{\theta}{\theta_s} (1 - \sigma) = r \sigma - r_d \sigma \quad (\text{A2.136})$$

$$\frac{\theta}{\theta_s} (r_s - \sigma r_d - r + r \sigma) = \sigma (r - r_d) \quad (\text{A2.137})$$

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \frac{\sigma (r - r_d)}{r_s - r + \sigma (r - r_d)} \quad (\text{A2.138})$$

On retrouve bien l'équation 2.43.

Annexes du chapitre III

Tableau récapitulatif des sols en notre possession.

Sol	Base	Localisation (approximative)	Localisation (exacte)	Argile (%)	Limon (%)	Sable (%)	Minéral le plus abondant	densité
Sol 1	Liu02			26,0	30,8	43,2		1,18
Sol 2	Liu02			45,3	32,9	21,8		1,34
Sol 3	Liu02			26,5	30,0	43,5		1,36
Sol 4	Liu02			16,2	50,3	33,5		1,19
Sol 5	Liu02	Hubei, Chine		21,3	61,5	17,1		1,35
Sol 6	Liu02			11,5	21,9	66,6		1,36
Sol 7	Liu02	Xinjiang, Chine		10,7	34,1	55,2		1,68
Sol 8	Liu02			36,1	56,5	7,4		1,24
Sol 9	Liu02	Hainan, Chine		16,2	28,2	55,6		1,19
Sol 10	Liu02			12,5	24,4	63,1		1,41
Sol 11	Liu02			16,9	18,4	64,7		1,33
Sol 12	Liu02	Guangdong, Chine		21,1	21,9	57,0		1,13
Sol 13	Liu02	Guizhou, Chine		65,7	30,6	3,7		1,06
Sol 14	Liu02	Hubei, Chine		54,4	38,7	6,9		1,12
Sol 15	Liu02			3,1	5,7	91,2		1,54
Sol 16	Liu02			4,0	20,2	75,8		1,38
Sol 17	Liu02			4,2	20,5	75,3		1,31
Sol 18	Liu02			18,1	49,1	32,7		1,30
Sol 19	Liu02			41,3	42,0	16,7		1,34
Sol 20	Liu02			29,8	52,7	17,5		1,30
Sol 21	Liu02			20,3	47,6	32,0		1,30
Sol 22	Liu02			48,7	40,3	10,9		1,16
Sol 23	Liu02			59,5	28,1	12,4		1,01
Sol 24	Liu02			18,2	68,6	13,2		0,99
Sol 25	Liu02			18,2	69,6	12,2		1,24
Sol 26	Liu02			16,9	62,7	20,4		1,17
Sol 27	Liu02			26,5	44,9	28,5		1,28
Sol 28	Liu02			49,8	45,9	4,2		1,23
Sol 29	Liu02			17,8	69,1	13,1		1,25
Sol 30	Liu02			55,8	39,8	4,4		1,21
Sol 31	Liu02			19,0	48,1	32,8		1,14
Sol 32	Liu02			61,8	36,2	2,0		1,23
Sol 33	Liu02			11,9	22,7	65,3		1,38
Sol 34	Liu02			2,0	9,7	88,3		1,68
Sol 35	Liu02			15,1	66,1	18,8		1,34
Sol 36	Liu02			19,6	66,1	14,3		0,98
Sol 37	Liu02	Qingdao, Chine		23,0	35,0	42,1		1,42
Sol 38	Liu02	Henan, Chine		25,2	65,2	9,6		1,30
Sol 39	Liu02	Shanxi, Chine		17,2	70,2	12,6		1,43
Sol 40	Liu02	Jiangsu, Chine		8,7	46,4	45,0		1,06
Sol 41	Liu02	Qinghai, Chine		40,6	55,6	3,8		1,44
Sol 42	Liu02			46,5	33,5	20,0		1,41

Sol	Base	Localisation (approximative)	Localisation (exacte)	Argile (%)	Limon (%)	Sable (%)	Minéral le plus abondant	densité
Sol 43	Liu02			13,7	75,9	10,4		1,23
Sol 44	Liu02			19,4	71,1	9,5		1,08
Sol 45	Liu02			6,0	8,5	85,5		1,48
Sol 46	Liu02			14,0	15,9	70,1		1,42
Sol 47	Liu02			1,6	4,6	93,8		1,54
Sol 48	Liu02			0,9	0,5	98,6		1,75
Sol 49	Liu02			17,9	71,4	10,7		1,22
Sol 50	Liu02			60,0	26,1	13,9		1,13
Sol 51	Liu02	Pékin, Chine		19,3	55,2	25,5		1,29
Sol 52	Liu02	Guangxi, Chine		18,0	65,1	16,8		1,13
Sol 53	Liu02	Hebei, Chine		11,4	27,0	61,6		1,60
Sol 54	Liu02	Jiangxi, Chine		6,8	24,5	68,7		1,24
Sol 55	Liu02	Anhui, Chine		35,2	62,0	2,8		1,35
Sol 56	Liu02	Sichuan, Chine		40,9	54,2	4,9		1,31
Sol 57	Liu02	Gansu, Chine		17,5	56,2	26,3		1,23
Sol 58	Liu02			55,0	25,0	20,0		1,66
Sol 59	Liu02	Roumanie						1,77
Sol 60	Liu02							1,41
Sol 61	Liu02			45,3	49,9	4,7		1,36
Sol 62	Liu02			54,0	33,3	12,7		1,38
Sol 63	Liu02			53,8	34,0	12,3		1,28
Sol 64	Liu02	Liaoning, Chine		28,0	53,3	18,7		1,32
Sol 65	Liu02	Qingdao, Chine		16,0	52,6	31,4		1,39
Sol 66	Liu02			46,7	27,9	25,4		1,53
Sol 67	Liu02			15,7	74,5	9,8		1,29
Sol 68	Liu02			23,7	63,8	12,5		1,20
Sol 69	Liu02			19,8	71,4	8,8		1,39
Sol 70	Liu02			14,8	73,3	11,9		1,33
Sol 71	Liu02			17,3	72,4	10,3		1,15
Sol 72	Liu02			16,7	74,0	9,3		1,36
Sol 73	Liu02			1,1	3,9	95,0		1,47
Sol 74	Liu02			14,3	72,9	12,8		1,07
Sol 75	Liu02			0,3	3,3	96,4		1,54
Sol 76	Liu02			0,2	0,9	98,9		1,88
Sol 77	Liu02			1,7	3,4	94,9		1,51
Sol 78	Liu02			17,2	70,3	12,4		1,50
Sol 79	Liu02			14,4	28,4	57,2		1,21
Sol 80	Liu02			49,5	49,9	0,5		1,23
Sol 81	Liu02			25,2	57,2	17,6		1,43
Sol 82	Liu02			28,5	46,9	24,5		1,44
Sol 83	Liu02			27,0	48,1	24,9		1,46
Sol 84	Liu02			45,7	34,8	19,4		1,43
Sol 85	Liu02			29,7	22,3	48,0		1,50
Sol 86	Liu02			66,8	26,8	6,4		1,25
Sol 87	Liu02			66,5	29,2	4,3		1,18
Sol 88	Liu02			5,5	9,9	84,6		1,55
Sol 89	Liu02			33,8	9,0	57,2		1,16

Sol	Base	Localisation (approximative)	Localisation (exacte)	Argile (%)	Limon (%)	Sable (%)	Minéral le plus abondant	densité
Sol 90	Liu02			23,2	6,8	70,0		1,18
Sol 91	Liu02			15,9	10,9	73,2		1,17
Sol 92	Liu02			0,5	2,2	97,3		1,86
Argic Aridisol	Lob02	Nouveau Mexique, USA	33°18'36'' N 106°49'12'' O					0,19
Xeric Andisol	Lob02	Oregon, USA	44°25'48'' N 121°46'12'' O					3,69
Ustic Mollisol	Lob02	Texas, USA	33°51'36'' N 98°45'36'' O					5,58
Aridic Entisol	Lob02	Texas, USA	33°54'36'' N 99°27'00'' O					0,57
s311A12	Whit04	Lemoore, USA						1,33
s311A15	Whit04	Lemoore, USA						1,32
s311A18	Whit04	Lemoore, USA						1,31
s51B2	Whit04	Lemoore, USA					SiO ₂	1,32
s51B5	Whit04	Lemoore, USA						1,30
s51B8	Whit04	Lemoore, USA					SiO ₂	1,32
s61B2	Whit04	Lemoore, USA					SiO ₂	1,27
s61B5	Whit04	Lemoore, USA						1,36
s61B8	Whit04	Lemoore, USA						1,34
s62G2	Whit04	Lemoore, USA						1,27
s62G5	Whit04	Lemoore, USA					SiO ₂	1,27
s62G8	Whit04	Lemoore, USA						1,33
s72G2	Whit04	Lemoore, USA						1,28
s72G5	Whit04	Lemoore, USA					SiO ₂	1,26
s72G8	Whit04	Lemoore, USA						1,24
t16612	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,19
t16615	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne					CaCO ₃	1,08
t16618	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,12
t26342	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						0,88
t26345	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,08
t26348	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,04
t33022	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,02
t33025	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,02
t33028	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne					CaCO ₃	1,10
t42072	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,05
t42075	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne					CaCO ₃	1,12
t42078	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,01

Sol	Base	Localisation (approximative)	Localisation (exacte)	Argile (%)	Limon (%)	Sable (%)	Minéral le plus abondant	densité
t50682	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,16
t50685	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne					$CaCO_3$	1,15
t50688	Whit04	Castilla La Mancha, Espagne						1,17
11Belvis	Les08	Aude, France	42°51'02'' N 02°04'32'' E	28,7	48,3	23,0		
11Malves	Les08	Aude, France	43°15'08'' N 02°26'26'' E	10,9	28,2	60,9		
12Vabres	Les08	Aveyron, France	43°41'35'' N 02°25'35'' E	26,8	27,0	46,2		
13Crau1	Les08	Bouches-du-Rhône, France	43°8'59'' N 06°04'27'' E	27,1	33,3	39,6		
13Crau2	Les08	Bouches-du-Rhône, France	43°8'59'' N 06°04'27'' E	21,4	31,6	47,0		
24Coulounieix	Les08	Dordogne, France	45°11'11'' N 00°42'00'' E	30,2	41,3	28,5		
30BleA	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	24,0	57,1	18,9		
30BleB	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	23,6	57,3	19,1		
30BleC	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	19,4	53,6	27,0		
30LuzerneA	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	25,8	58,5	15,7		
30LuzerneB	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	17,7	30,0	52,3		
30LuzerneC	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	12,4	20,5	67,1		
30PrairieA	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	27,4	53,2	19,4		
30PrairieB	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	30,9	56,7	12,4		
30PrairieC	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	28,6	57,1	14,3		
30Pujaut	Les08	Gard, France	44°00'17'' N 04°46'29'' E	50,2	41,6	8,2		
30SolNuA	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	24,9	61,7	13,4		
30SolNuB	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	23,5	60,6	15,9		
30SolNuC	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	22,4	57,5	20,1		
30SolNuLabA	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	17,8	42,3	39,9		
30SolNuLabB	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	19,0	42,8	38,2		
30SolNuLabC	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	21,8	52,9	25,3		

Sol	Base	Localisation (approximative)	Localisation (exacte)	Argile (%)	Limon (%)	Sable (%)	Minéral le plus abondant	densité
30VigneA	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	30,5	62,3	7,2		
30VigneB	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	32,7	59,1	8,2		
30VigneC	Les08	Gard, France	43°40'37'' N 04°37'43'' E	18,5	53,8	27,7		
31FaugaSmos	Les08	Haute-Garonne, France	43°23'47'' N 01°17'39'' E	18,6	33,8	47,6		
31FaugaX1	Les08	Haute-Garonne, France	43°23'47'' N 01°17'39'' E	17,3	26,1	56,6		
31Sorgho	Les08	Haute-Garonne, France	43°23'59'' N 01°43'05'' E	38,0	35,6	26,4		
31Tournesol	Les08	Haute-Garonne, France	43°23'59'' N 01°43'05'' E	28,5	41,1	30,4		
81Lautrec	Les08	Tarn, France	43°42'22'' N 02°08'20'' E	35,8	40,3	23,9		
81StJulien	Les08	Tarn, France	43°56'55'' N 02°20'45'' E	13,5	49,0	37,5		
84Avignon	Les08	Vaucluse, France	43°56'55'' N 04°48'30'' E	36,7	50,8	12,5		
Sol 1	Mar12	Reims, France	49°26'53'' N 04°19'07'' E					
Sol 2	Mar12	Reims, France	49°26'57'' N 04°19'11'' E					
Sol 3	Mar12	Reims, France	49°26'51'' N 04°19'25'' E					
Sol 4	Mar12	Reims, France	49°26'36'' N 04°19'19'' E					
Sol 5	Mar12	Reims, France	49°26'45'' N 04°20'19'' E					
Sol 6	Mar12	Reims, France	49°24'49'' N 04°14'17'' E					
Quart sand	Phil14			0	0	100		1,44
Mansory	Phil14	Mansory, USA		1,9	4,4	93,8		1,53
Ithaca	Phil14	Ithaca, USA		19,2	77,0	3,8		0,95
Alumine G-E5	Bab16							
Bauxite G-E6	Bab16							
Carbonate TH-E12	Bab16							
Colluviosol 26d1	Bab16	Yvelines, France		14,5	33,6	51,9		
Gypse blanc TH-E1	Bab16							
Gypse rouge TH-E2	Bab16							
Hymed Fr 147	Bab16	Hérault, France		17,2	26,9	55,9		
Hymed Fr 95	Bab16	Hérault, France		16,7	52,9	30,4		
Hymed Fr 34	Bab16	Hérault, France		30,4	33,3	36,3		
Hymed Fr 7	Bab16	Hérault, France		25,6	34,1	40,3		
Calcosol 19d2	Bab16	Yvelines, France		30,1	55,3	14,6		

Sol	Base	Localisation (approximative)	Localisation (exacte)	Argile (%)	Limon (%)	Sable (%)	Minéral le plus abondant	densité
Luvisol 208TE	Bab16	Yvelines, France		15,6	79,5	4,9		
685 Lebna 18	Bab16	Tunisie		36,2	22,2	41,6		
724 Lebna 27	Bab16	Tunisie		73,8	19,4	6,8		
730 Lebna 63	Bab16	Tunisie		51,1	26,1	22,8		
81Lautrec	Bab16	Tarn, France	43°42'22'' N 02°08'20'' E	35,8	40,3	23,9		
Poc1	Bab16			0	0	100		

Annexes du chapitre VI

- **Démonstration de la loi de Beer Lambert généralisée**

La loi de Beer Lambert s'écrit :

$$\tau = e^{-\alpha(\lambda)L} \quad (\text{A6.1})$$

avec τ la transmittance de la couche, L le chemin parcouru par le rayon lumineux dans cette couche et $\alpha(\lambda)$ le coefficient d'absorption de ce milieu. Soient D l'épaisseur de la couche et θ l'angle d'incidence de la lumière par rapport à la perpendiculaire à la couche, alors on a :

$$\tau = e^{-\frac{\alpha(\lambda)D}{\cos\theta}} \quad (\text{A6.2})$$

Pour retrouver la loi de Beer-Lambert généralisée on intègre τ sur l'angle solide $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$:

$$\tau = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\left(\frac{\alpha D}{\cos\theta}\right)} \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \quad (\text{A6.3})$$

$$\tau = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{z}{\cos\theta}} \cos\theta \sin\theta \, d\theta \quad (\text{A6.4})$$

En faisant le changement de variable suivant $x = \frac{z}{\cos\theta} \rightarrow dx = \frac{z \sin\theta}{\cos^2\theta} d\theta \rightarrow d\theta = \frac{\cos^2\theta}{z \sin\theta} dx$

On a :

$$\tau = 2\pi \int_z^\infty e^{-x} \cos\theta \sin\theta \frac{\cos^2\theta}{z \sin\theta} dx \quad (\text{A6.5})$$

$$\tau = 2\pi \int_z^\infty e^{-x} \frac{\cos^3\theta}{z} dx \quad (\text{A6.6})$$

Or, $\cos\theta = \frac{z}{x}$, donc :

$$\tau = 2\pi z^2 \int_z^\infty e^{-x} x^{-3} dx \quad (\text{A6.7})$$

On peut faire une intégration par partie en posant : $u' = x^{-2}$, $u = -x^{-1}$, $v = e^{-x}$ et $v' = -e^{-x}$.

$$\tau = \pi e^{-z} - \pi z^2 \left[-x^{-1} e^{-x} \Big|_z^\infty - \int_z^\infty e^{-x} x^{-1} dx \right] \quad (\text{A6.8})$$

$$\tau = \pi e^{-z} - \pi z^2 \times z^{-1} e^{-z} + \pi z^2 \int_z^\infty e^{-x} x^{-1} dx \quad (\text{A6.9})$$

$$\tau = \pi e^{-z} - \pi z e^{-z} + \pi z^2 \int_z^\infty e^{-x} x^{-1} dx \quad (\text{A6.10})$$

$$\tau = \pi \left[(1 - z) e^{-z} + z^2 \int_z^\infty e^{-x} x^{-1} dx \right] \quad (\text{A6.11})$$

On retrouve bien l'équation 6.2 : la loi de Beer-Lambert généralisée.

- **Démonstrations des théories de Maxwell Garnett et de Bruggeman**

Pour redémontrer ces théories, on part de la fonction diélectrique :

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon E \quad (\text{A6.12})$$

On a donc :

$$P = (\varepsilon - \varepsilon_0) E \quad (\text{A6.13})$$

Or P est la somme des polarisabilités induites par un champ électrique E , donc :

$$P = \sum_k N_k \alpha_k (E_l)_k \quad (\text{A6.14})$$

avec N_k le nombre du dipôle, α_k la polarisabilité du dipôle k et E_l le champ qui induit le dipôle k . On peut alors écrire :

$$(\varepsilon - \varepsilon_0) E = \sum_k N_k \alpha_k (E_l)_k \quad (\text{A6.15})$$

Imaginons maintenant une cavité sphérique centrée sur un dipôle de référence : alors les charges proches à l'intérieur de la sphère agissent individuellement sur le dipôle de référence alors que les charges à l'extérieur de la sphère agissent comme un ensemble (équation A6.15). Cette cavité est appelée cavité de Lorentz. Nous avons alors trois contributions au champ local E_d (sur le dipôle référence) : E , E^{ind} et E^{cont} :

- E^{cont} est le champ macroscopique créé par un milieu continu uniformément polarisé. La cavité étant sphérique, il est facile d'utiliser le théorème de Gauss afin de montrer que :

$$E^{cont} = \frac{P}{3\varepsilon_0} \quad (\text{A6.16})$$

- E^{ind} est la somme des champs individuels créés par les n dipôles situés à l'intérieur de la cavité. Si la distribution des dipôles est purement aléatoire alors ce terme est nul.

On a alors :

$$E_d = E + \frac{P}{3\varepsilon_0} \quad (\text{A6.17})$$

Or $P = (\varepsilon - \varepsilon_0)E$, donc :

$$E_i = \frac{2\varepsilon_0 + \varepsilon}{3\varepsilon_0} E \quad (\text{A6.18})$$

En reportant cette équation dans l'équation A6.1 on trouve l'équation de Clausius-Mossotti :

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} = \frac{1}{3\varepsilon_0} \sum_k N_k \alpha_k \quad (\text{A6.19})$$

Or si on passe de l'étude au niveau microscopique à l'étude au niveau macroscopique, alors on peut poser la permittivité diélectrique effective du matériau considéré ε_{eff} comme étant l'équivalent de ε :

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_0} = \frac{1}{3\varepsilon_0} \sum_k N_k \alpha_k \quad (\text{A6.20})$$

Or, en reprenant l'équation de Clausius-Mossotti (équation A6.19) pour obtenir α_k on peut écrire :

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_0} = \frac{1}{3\varepsilon_0} \sum_k N_k \left[\frac{3\varepsilon_0}{N_k} \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_0}{\varepsilon_k + 2\varepsilon_0} \right] \quad (\text{A6.21})$$

avec N_k le nombre d'atomes par unité de volume du matériau k et $N_{k\delta}$ le nombre d'inclusions par unité de volume. Donc $\frac{N_k}{N_{k\delta}} = \delta_k$ la fraction volumique occupée par le matériau k . On a donc :

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_0} = \sum_k \delta_k \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_0}{\varepsilon_k + 2\varepsilon_0} \quad (\text{A6.22})$$

ε_{eff} est donc la fonction diélectrique d'un ensemble d'inclusions (ici sphériques) de fonctions diélectriques ε_k . Si maintenant à la place du vide nous mettons un constituant quelconque formant une matrice de fonction diélectrique ε_m , et si on ne met qu'un seul type d'inclusion i dans ce milieu, alors on retrouve la théorie de Maxwell-Garnett (équation 6.8) :

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_m}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_m} = \delta_i \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_m}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m} \quad (\text{A6.23})$$

Et si maintenant, en repartant de l'équation A6.22 et si tous les constituants baignent dans un milieu moyen ε_{eff} alors on retrouve la théorie de Bruggeman (équation 6.11) :

$$\sum_k \delta_k \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_{eff}}{\varepsilon_k + 2\varepsilon_{eff}} = 0 \quad (\text{A6.24})$$

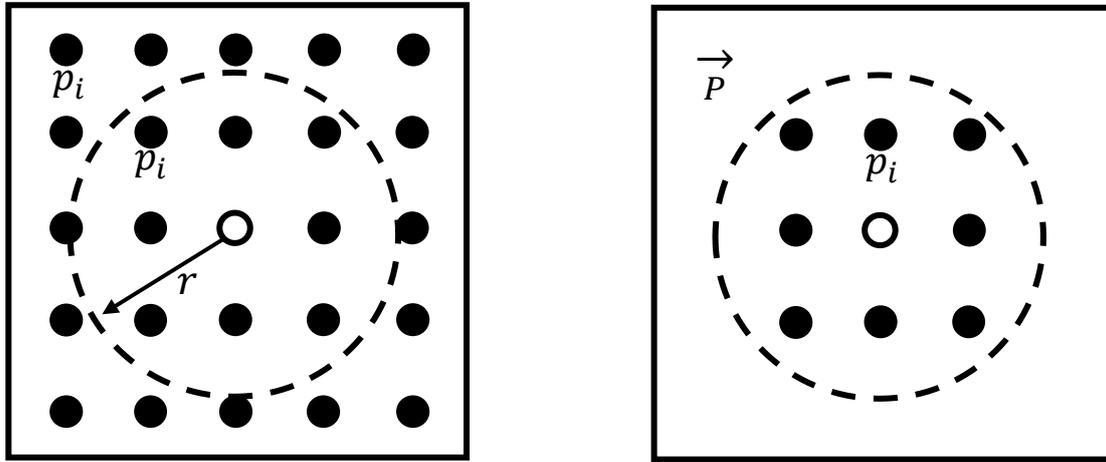


Fig. A6.1. La cavité de Lorentz (d'après Berthier, 1993) : on distingue les contributions des régions éloignées du dipôle central (les charges extérieures au milieu et les charges du milieu mais au-delà de la cavité) et les contributions proches (les dipôles à l'intérieur de la cavité).

- **Démonstration de l'équation 6.13**

Si on part de l'équation 6.8 :

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_m}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_m} = \delta_i \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_m}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m} \quad (\text{A6.25})$$

$$\varepsilon_{eff} - \varepsilon_m = \delta_i \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_m}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m} \times (\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_m) \quad (\text{A6.26})$$

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\delta_i \varepsilon_i \varepsilon_{eff} + 2\delta_i \varepsilon_i \varepsilon_m - \delta_i \varepsilon_m \varepsilon_{eff} - 2\delta_i \varepsilon_m^2 + \varepsilon_m \varepsilon_i + 2\varepsilon_m}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m} \quad (\text{A6.27})$$

$$\varepsilon_{eff} \varepsilon_i + 2\varepsilon_{eff} \varepsilon_m - \delta_i \varepsilon_{eff} \varepsilon_i + \delta_i \varepsilon_m \varepsilon_e = 2\delta_i \varepsilon_i \varepsilon_m - 2\delta_i \varepsilon_m^2 + \varepsilon_m \varepsilon_i + 2\varepsilon_m^2 \quad (\text{A6.28})$$

$$\varepsilon_{eff}(\varepsilon_i + 2\varepsilon_m - \delta_i\varepsilon_i + \delta_i\varepsilon_m) = 2\delta_i\varepsilon_i\varepsilon_m - 2\delta_i\varepsilon_m^2 + \varepsilon_m\varepsilon_i + 2\varepsilon_m^2 \quad (\text{A6.29})$$

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_m (2\delta_i\varepsilon_i - 2\delta_i\varepsilon_m + \varepsilon_i + 2\varepsilon_m)}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m - \delta_i\varepsilon_i + \delta_i\varepsilon_m} \quad (\text{A6.30})$$

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_m \frac{\varepsilon_i(2\delta_i + 1) + 2\varepsilon_m(1 - \delta_i)}{\varepsilon_i(1 - \delta_i) + \varepsilon_m(2 + \delta_i)} \quad (\text{A6.31})$$

On retrouve bien l'équation 6.13. L'équation 6.8 est donc équivalente à l'équation 6.13.